

EL ANDAR DEL BORRACHO

Cómo el azar gobierna nuestras vidas

LEONARD
MLODINOW



En 1905 Albert Einstein publicó una impactante explicación sobre el movimiento browniano el movimiento arbitrario de partículas comparándolo con la clase de movimiento que se observaría en el caminar de un borracho. La comparación se convirtió desde entonces en una poderosa herramienta para entender el movimiento puramente arbitrario que, por definición, no tiene ningún modelo específico.

En este nuevo libro, Leonard Mlodinow examina la ley del caminar del borracho en relación con la vida humana diaria, con las diversas decisiones que continuamente tomamos empujados por acontecimientos arbitrarios que, unidos a nuestras reacciones, influyen en la mayor parte de nuestra vida personal. Mlodinow revela las razones que hay detrás de los embotellamientos, la divulgación de rumores por internet, el tiempo que se puede esperar que dure un fajo de billetes en Las Vegas, por qué hay que revolver el café o cómo se extiende el perfume por una habitación.

Esta apasionante lectura nos descubre la naturaleza de los procesos arbitrarios de la vida cotidiana, aunque cambiará para siempre la percepción que tenemos de ellos.

Leonard Mlodinow

El andar del borracho

Cómo el azar gobierna nuestras vidas

Título original: *The Drunkard's Walk: How Randomness Rules Our Lives*

Leonard Mlodinow, 2008

Traducción: Susana Martínez Mendizábal

Diseño de portada: Jaime Fernández

A mis tres milagros del azar: Olivia, Nicolai y Alexei... y para Sabrina Jakubowicz

Prólogo

Hace algunos años, un hombre ganó la lotería nacional española con un boleto que terminaba con el número 48. Orgulloso de su «logro», reveló la teoría que le había procurado la riqueza. «Soñé con el número 7 durante siete noches seguidas», explicó, «y 7 veces 7 es 48».^[1] Quienes tengan un mejor dominio de las tablas de multiplicar se reirán entre dientes por el error del español, pero todos nosotros creamos nuestra propia visión del mundo y después la utilizamos para filtrar y procesar nuestras percepciones, extrayendo sentido del océano de datos que nos inunda en la vida diaria. Y a menudo cometemos errores que, aunque menos obvios, son tan significativos como el suyo.

El hecho de que la intuición humana sea incompatible con situaciones que implican incertidumbre ya se conoce desde los años treinta, cuando los investigadores se dieron cuenta de que las personas no podrían ni inventar al azar una secuencia de números que pasase test matemáticos ni reconocer de manera fiable si una serie dada se generó aleatoriamente. En las últimas décadas ha surgido un nuevo campo académico para estudiar cómo las personas emiten juicios o toman decisiones cuando se enfrentan a una información imperfecta o incorrecta. Su estudio ha demostrado que cuando está involucrado el azar los procesos mentales de las personas a menudo son gravemente defectuosos. Su trabajo se nutre de muchas disciplinas, desde las matemáticas y ciencias tradicionales, hasta la psicología cognitiva, la economía conductual y la neurociencia moderna. Pero aunque tales estudios fueron bautizados por un reciente Premio Nobel (en economía), en gran parte sus lecciones no se han difundido paulatinamente desde los círculos académicos hasta la psique popular. Este libro es un intento de remediar eso. Trata de los principios que gobiernan el azar, del desarrollo de esas ideas, y del modo en que se comportan en política, medicina, economía, deportes, ocio, y otras áreas de los asuntos humanos. También trata sobre el modo en que hacemos las elecciones y de los procesos que llevan a las personas a emitir juicios equivocados y a tomar malas decisiones cuando nos enfrentamos a la aleatoriedad o a la incertidumbre.

La falta de información a menudo invita a hacer interpretaciones conflictivas. Por eso se necesitó un esfuerzo tan grande para confirmar el calentamiento global

del planeta, porque a veces algunos medicamentos se declaran inocuos y después se retiran del mercado, y, presumiblemente, porque no todo el mundo está de acuerdo con mi observación de que los batidos de chocolate son un componente indispensable en una dieta saludable para el corazón. Desafortunadamente, la mala interpretación de los datos tiene muchas consecuencias negativas, a pequeña y gran escala. Como veremos, por ejemplo, tanto los médicos como los pacientes a menudo interpretan equivocadamente las estadísticas respecto a la efectividad del medicamento e importantes análisis médicos. Padres, profesores y estudiantes interpretan equivocadamente el significado de exámenes como los SAT,^[2] también los expertos en vino cometen los mismos errores en las valoraciones de los caldos, y los inversores sacan conclusiones no válidas de rendimientos históricos de fondos de inversiones.

En el deporte hemos desarrollado una cultura en la que, basándonos en sentimientos intuitivos de correlación, el éxito o fracaso de un equipo frecuentemente se atribuye en gran parte al talento del entrenador. Como consecuencia, cuando el equipo falla se despide al entrenador. Sin embargo, un análisis matemático sobre los despidos en los deportes más importantes, mostraba que todos estos despidos no tenían, por término medio, ningún efecto en la actuación del equipo.^[3] Ocurre un fenómeno análogo en el mundo corporativo, donde se cree que los directores generales tienen poderes sobrehumanos para crear o acabar con una compañía. No obstante, una y otra vez, en Kodak, Lucent, Xerox y otras compañías, este poder se ha demostrado ilusorio. En los años noventa, por ejemplo, se creía que Gary Wendt, era uno de los hombres de negocios más inteligentes de Estados Unidos, director de la General Electric Capital por debajo de Jack Welch. Wendt recibió una bonificación de 45 millones de dólares cuando fue contratado para dirigir la turbulenta compañía de finanzas Conseco. Los inversores aparentemente coincidían en que con Wendt al timón los problemas de Conseco habían terminado: el precio de las acciones de la compañía se triplicaron en un año. Pero dos años después, Wendt renunció repentinamente, Conseco se fue a la bancarrota y las acciones acabaron canjeándose por peniques.^[4] ¿Fue la de Wendt una tarea imposible? ¿Se durmió Wendt al volante? ¿O la coronación de Wendt se basaba en suposiciones cuestionables, como, por ejemplo, en que un ejecutivo tiene una capacidad casi absoluta para tener impacto en una compañía, o que el éxito pasado de esa única persona es un indicador fiable de una realización futura? En cualquier ocasión específica, uno no puede estar seguro de las respuestas sin examinar los detalles de la situación detenidamente. Lo demostraré a lo largo de este libro, pero, lo que es más importante, presentaré las herramientas necesarias para identificar las huellas del azar.

Nadar en contra de la corriente de la intuición humana es una tarea difícil. Como veremos, la mente humana está construida para identificar en cada suceso una causa determinada y, por tanto, puede pasar por una situación difícil si acepta la influencia de factores no relacionados o aleatorios. Y por eso el primer paso es darse cuenta de que a veces se presenta el éxito o el fracaso no a causa de una gran habilidad o una enorme incompetencia, sino por, como escribió el economista Armen Alchian, «circunstancias fortuitas».^[5] Los procesos aleatorios son fundamentales en la naturaleza y omnipresentes en nuestras vidas cotidianas, aunque la mayoría de gente no los entiende, o no piensa mucho sobre ellos.

El título *El andar del borracho* proviene de un término matemático que describe las trayectorias aleatorias como las que siguen las moléculas cuando vuelan a través del espacio, golpeando incesantemente y siendo golpeadas por sus hermanas moléculas. Eso puede ser una metáfora de nuestras vidas, nuestras trayectorias desde el colegio hasta la universidad, de la vida soltera a la familiar, del primer hoyo del golf hasta el dieciocho. Lo sorprendente es que las herramientas matemáticas usadas para entender el andar del borracho también se pueden emplear para ayudarnos en los sucesos de nuestras vidas. El objetivo de este libro es ilustrar el papel del azar en el mundo que nos rodea, y mostrar cómo podemos reconocerlo en el funcionamiento de los asuntos humanos. Espero que después de este viaje por el mundo de la aleatoriedad, tú, lector, empieces a ver la vida de un modo diferente, con un conocimiento más profundo del mundo cotidiano.

Mirando a través del lente del azar

Me recuerdo en la adolescencia, contemplando cómo danzaba la llama amarilla de las velas del Sabbath por encima de los cilindros de parafina blanca que las alimentaba. Era demasiado joven como para pensar en el romanticismo de la luz de las velas, pero aun así la encontraba mágica, debido a las imágenes parpadeantes creadas por el fuego. Se movía y cambiaba de forma, crecía y menguaba, todo sin una causa o plan aparente. Sin duda, sentía, tiene que haber una rima y una razón subyacente en la llama, algún patrón que los científicos podrían predecir y explicar con sus ecuaciones matemáticas. «La vida no es así», me dijo mi padre. «Algunas veces las cosas que suceden no se podrían haber previsto.» Me habló de cuando, en Buchenwald, el campo de concentración nazi donde estuvo encarcelado, robó, famélico, una hogaza de pan de la panadería. El panadero hizo que la Gestapo reuniera a todos los sospechosos de haber cometido el crimen y los puso en fila. «¿Quién ha robado el pan?», preguntó el panadero. Al no contestar nadie dijo a los guardas que dispararan a los sospechosos uno a uno hasta que estuvieran todos muertos o alguien confesara. Mi padre dio un paso adelante para salvar a los otros. No intentó comportarse como un héroe, pero me contó que lo hizo porque pensaba que de cualquier modo le iban a disparar. En lugar de matarlo, sin embargo, el panadero dio a mi padre una ganga de trabajo como su ayudante. «Un suceso fortuito», dijo mi padre. «No tiene nada que ver contigo, pero si hubiera sucedido de modo diferente tú nunca habrías nacido.» Se me ocurrió entonces que tengo que darle las gracias a Hitler por mi existencia, porque los alemanes mataron a la mujer de mi padre y a dos niños pequeños, borrando su vida anterior. Y así, si no hubiera sido por la guerra, nunca hubiera emigrado a Nueva York, nunca hubiera conocido a mi madre, también una refugiada, y nunca nos hubieran engendrado a mí o a mis hermanos.

Mi padre raras veces hablaba sobre la guerra. No me di cuenta entonces, pero

años después caí en la cuenta de que siempre que compartía su terrible experiencia no era tanto porque quisiera contarme sus experiencias, sino para transmitir una lección relevante sobre la vida. La guerra es una circunstancia extrema, pero el papel del azar en nuestras vidas no está fundamentado en extremos. El perfil de nuestras vidas, como la llama de la vela, se mueve continuamente hacia nuevas direcciones a causa de una variedad de sucesos aleatorios que, junto con nuestra respuesta a ellos, determinan nuestro destino. Como consecuencia, la vida es tan difícil de predecir como de interpretar. Del mismo modo que, mirando una mancha de Rorschach,^[6] tú ves a Madonna y yo un ornitorrinco, los datos que nos encontramos en los negocios, las leyes, la medicina, los deportes, los medios de comunicación o el informe escolar del tercer curso de tu hijo, se pueden leer de muchos modos. Y, sin embargo, a diferencia de la mancha de Rorschach, hay maneras correctas y maneras erróneas de interpretar el azar.

La gente a menudo utiliza procesos intuitivos cuando hace valoraciones y elecciones en situaciones inciertas. Sin duda, estos procesos implicaban una ventaja evolutiva cuando teníamos que decidir si un tigre con dientes de sable estaba sonriendo porque estaba gordo y feliz, o porque estaba hambriento y nos veía como su siguiente comida. Pero el mundo moderno tiene un equilibrio diferente y esos procesos intuitivos llegan con inconvenientes. Al tratar con los actuales tigres nuestras maneras de pensar habituales pueden llevarnos a tomar decisiones que no son precisamente óptimas, que resultan incluso incongruentes. Eso no sorprende a aquellos que estudian cómo el cerebro procesa la incertidumbre: muchos estudios apuntan a una estrecha conexión entre las partes de nuestro cerebro que hacen valoraciones de situaciones al azar y aquellas que se encargan de la característica humana que a menudo se considera nuestra principal fuente de irracionalidad: las emociones. La representación en imágenes de la resonancia magnética funcional, por ejemplo, muestra que el riesgo y la recompensa se valoran mediante zonas del sistema dopaminérgico, un circuito de recompensa del cerebro importante para procesos motivacionales y emocionales.^[7] Las imágenes muestran que la amígdala, que también está relacionada con el estado emocional de una persona, se activa cuando tomamos decisiones formuladas en la incertidumbre.^[8]

Los mecanismos mediante los cuales las personas analizan situaciones que implican azar son un producto intrincado de factores evolutivos, estructura del cerebro, experiencia personal, conocimiento y emoción. De hecho, la respuesta humana a la incertidumbre es tan compleja que, en ocasiones, diferentes estructuras dentro del cerebro llegan a diferentes conclusiones y aparentemente compiten para determinar cuál de ellas domina. Por ejemplo, si tres de cada cuatro veces que comes tentadoras y succulentas gambas tu cara aumenta hasta cinco veces más de su tamaño

normal, ese hemisferio izquierdo «lógico» de tu cerebro intentará encontrar una pauta. El hemisferio derecho «intuitivo» de tu cerebro, por otro lado, simplemente dirá «evita las gambas». Por lo menos eso es lo que los investigadores encontraron en montajes experimentales menos dolorosos. El juego se llama «adivinanza de probabilidad». En lugar de jugar con gambas e histamina te enseñan una serie de cartas o luces que pueden tener dos colores, imaginemos verde o rojo. Todo está organizado de modo que los colores aparecerán con diferentes probabilidades, pero por lo demás sin ninguna pauta. Por ejemplo, el rojo puede aparecer dos veces más a menudo que el verde, en una secuencia como rojo-rojo-verde-rojo-verde-rojo-rojo-verde-verde-rojo-rojo-rojo-etc. La tarea del sujeto, después de observar la secuencia durante un rato, es predecir si el siguiente miembro de la secuencia será rojo o verde.

El juego tiene dos estrategias básicas. Una es conjeturar acerca del color que, según has notado, es el más frecuente. Ésta es la ruta preferida de las ratas y otros animales no humanos. Si utilizas esta estrategia tendrás garantizado un cierto grado de éxito, pero también estás concediendo que no lo harás mejor. Por ejemplo, si el color verde aparece un 75% del tiempo y decides siempre apostar por el verde, estarás en lo cierto un 75% de las veces. La otra estrategia es «combinar» tu proporción de conjeturas de verde y rojo con la proporción de verde y rojo que observaste en el pasado. Si los colores verde y rojo aparecen con alguna pauta y eres capaz de comprender esa pauta, podrás acertar cada vez. Pero si los colores aparecen aleatoriamente, habrías hecho mejor manteniéndote en un color. En el caso de que el verde aparezca el 75% de las veces, con esta estrategia estarás en lo cierto sólo un poco más de 6 veces cada 10.

Los humanos normalmente tratan de adivinar la pauta, y el proceso nos permite ser superados por una rata. Pero hay personas con determinados tipos de daño cerebral —llamados «cerebros divididos»— que excluyen la comunicación entre los hemisferios derecho e izquierdo del cerebro. Si el experimento de probabilidad se lleva a cabo en estos pacientes de un modo en que pueden ver la luz o la carta con sólo su ojo izquierdo y utilizar sólo su mano izquierda para indicar sus predicciones, se trata de un experimento relativo sólo al lado derecho del cerebro. Pero si el experimento se realiza de modo que sólo involucra su ojo y mano derecha, es un experimento del hemisferio izquierdo. Cuando los investigadores realizaron estos experimentos, descubrieron que —en los mismos pacientes— el hemisferio derecho escoge siempre conjeturar sobre el color más frecuente y el hemisferio izquierdo adivinar la pauta.^[9]

Hacer juicios y elecciones acertadas frente a la incertidumbre es una habilidad rara. Pero, como cualquier habilidad, se puede mejorar con la experiencia. En las

páginas que siguen examinaré el papel que desempeña el azar en el mundo que nos rodea, las ideas que han sido desarrolladas a lo largo de los siglos para ayudarnos a entender ese papel, y los factores que a menudo hacen que nos equivoquemos.

El filósofo y matemático británico Bertrand Russell escribió que todos empezamos desde un «realismo-naïf», esto es, «desde la doctrina de que las cosas son como las vemos. Pensamos que la hierba es verde, que las piedras son duras y que la nieve es fría. Pero la física asegura que el verdor de la hierba, la dureza de las piedras y la frialdad de la nieve no son el verdor de la hierba, la dureza de las piedras y la frialdad de la nieve que conocemos en nuestra propia experiencia, sino algo muy diferente».^[10] A continuación examinaremos la vida a través del lente de la aleatoriedad, y veremos que muchos sucesos de nuestras vidas tampoco son exactamente lo que parecen, sino más bien algo muy diferente.

En 2002 el comité de los Nobel otorgó el Premio Nobel de economía a un científico llamado Daniel Kahneman. Los economistas hacen todo tipo de cosas hoy en día: explican por qué se les paga tan poco a los profesores, por qué los equipos de fútbol valen tanto, y por qué las funciones corporales ayudan a establecer un límite en el tamaño de las granjas de cerdos (un cerdo excreta entre 3 y 5 veces más sustancias que los seres humanos, lo que significa que una granja con miles de cerdos a menudo produce más desechos que las poblaciones vecinas).^[11] A pesar de la importante investigación generada por los economistas, el año 2002 fue notable porque Kahneman no es uno de ellos. Es psicólogo y, durante décadas, junto con Amos Tversky, fallecido en 1996, Kahneman estudió y caracterizó el tipo de percepciones incorrectas del azar que alimentan muchas de las falacias comunes de las que me ocuparé en este libro.

El mayor desafío para entender el papel del azar en la vida es que, aunque los principios básicos del azar surgen de la lógica cotidiana, muchas de las consecuencias que siguen a esos principios demuestran ser contraintuitivos. Los mismos estudios de Kahneman y Tversky se debieron a un suceso aleatorio. A mediados de los años sesenta, Kahneman, por entonces un joven psicólogo profesor en la Universidad Hebrea, accedió a realizar una tarea más bien poco estimulante: dar una conferencia a un grupo de instructores de vuelo de la Israeli Air Force sobre la sabiduría tradicional de la modificación del comportamiento y su aplicación a la psicología del adiestramiento de vuelo. Kahneman subrayó que recompensar el comportamiento positivo funciona, pero que castigar los errores no. Uno de sus estudiantes lo interrumpió, contradiciendo a Kahneman y provocando una epifanía a la que Kahneman se dedicaría durante décadas.^[12]

«A menudo elogiaba a las personas calurosamente por maniobras ejecutadas a la perfección, y la vez siguiente siempre lo hacían peor», dijo el instructor de vuelo. «He gritado a personas por maniobras mal ejecutadas y, en general, mejoraron. No me digas que las recompensas funcionan y los castigos no. Mi experiencia contradice esto.» Los otros instructores de vuelo estuvieron de acuerdo. Para Kahneman, las experiencias de los instructores de vuelo sonaban ciertas. Por otro lado, Kahneman creía en los experimentos con animales que demuestran que la recompensa funciona mejor que el castigo. Kahneman reflexionó sobre esta paradoja aparente. Y entonces tuvo una idea: los gritos quizá precedieron a la mejora, pero, contrariamente a las apariencias, no la habían provocado.

¿Cómo era posible? La respuesta se encuentra en un fenómeno denominado regresión a la media: en cualquier serie de sucesos azarosos, un suceso extraordinario es más probable que sea seguido, debido puramente al azar, por uno más normal. Así es como funciona: los aspirantes a piloto tenían todos una determinada capacidad para pilotar cazas. Aumentar su nivel de habilidad involucraba muchos factores y requería una extensa práctica, de modo que mientras su habilidad iba mejorando lentamente a través del entrenamiento de vuelo, el cambio no sería apreciable de una maniobra a la siguiente. Cualquier ejecución especialmente buena o especialmente mala sería entonces una cuestión de suerte. Eso significa que si un piloto hacía un aterrizaje excepcionalmente bueno —uno muy por encima de su nivel normal de ejecución— entonces tendría buenas probabilidades de que al día siguiente lo realizara de modo más próximo a su patrón, es decir, peor. Y si el instructor lo había alabado, parecería que el elogio no había surtido efecto. Pero si un piloto hacía un aterrizaje extraordinariamente malo —llevar el avión fuera del final de la pista y aterrizar dentro de la cuba de sopa de almejas en la cafetería de la base—, entonces habría altas probabilidades de que el día siguiente lo realizara de un modo más próximo a su norma, es decir, mejor. Y si su instructor tenía la costumbre de chillar «eres un mono patoso» cuando un estudiante lo ejecutaba pobremente, parecería que esta crítica hacía algo bueno. De este modo, surgiría un patrón aparente: el estudiante lo hace bien, los elogios no son buenos; el estudiante lo hace mal, el instructor compara a todo volumen al estudiante con un primate inferior y el estudiante mejora. Los instructores en la clase de Kahneman habían concluido de tales experiencias que sus gritos eran un instrumento educativo poderoso. En realidad, no había ninguna diferencia.

Este error en la intuición inspiró el pensamiento de Kahneman. ¿Son universales estas ideas equivocadas? ¿Podemos creer, como los instructores de vuelo, que la crítica severa mejora el comportamiento de nuestros hijos o el rendimiento de nuestros trabajadores? ¿Emitimos juicios erróneos cuando nos

enfrentamos a la incertidumbre? Kahneman pensaba que los seres humanos, por necesidad, utilizan determinadas estrategias para reducir la complejidad de las tareas de juicio, y esa intuición sobre probabilidades desempeña una parte importante en ese proceso. ¿Te sentirás enfermo después de comer esa tostada de ceviche con pinta exquisita en un restaurante cuestionable de Guadalajara, México? Conscientemente no te acuerdas de todos los restaurantes comparables a ese en los que has comido, cuentas el número de veces que te has pasado la noche siguiente engullendo Pepto-Bismol, y llegas a una estimación numérica. Dejas a tu intuición hacer el trabajo. Pero la investigación en los años cincuenta y principios de los sesenta indicaba que la intuición de las personas sobre el azar suspendía en tales situaciones. ¿Hasta qué punto es general, se preguntaba Kahneman, este mal entendimiento de la incertidumbre? ¿Y cuáles son sus implicaciones para las prácticas en la toma de decisiones de los humanos? Pasaron unos pocos años y Kahneman invitó a un joven compañero profesor llamado Amos Tversky para dar una conferencia en un seminario. Más tarde, comiendo, Kahneman mencionó incipientes ideas a Tversky. A lo largo de los siguientes treinta años Tversky y Kahneman descubrieron que, incluso en temas sofisticados, cuando se llegaba a procesos aleatorios —fuera en situaciones militares o en escenarios deportivos, dilemas de negocios o cuestiones médicas—, las creencias e intuición de las personas muy a menudo los decepcionaban.

Supongamos que cuatro editores han rechazado el manuscrito de tu novela de suspense sobre el amor, la guerra y el calentamiento global. Tu intuición y esa desagradable sensación en la boca del estómago pueden significar que los rechazos implican que el manuscrito no es bueno. Pero ¿es correcta tu intuición? ¿Es tu novela invendible? Todos sabemos por experiencia que si varios lanzamientos de una moneda dan siempre cara como resultado no quiere decir que estemos lanzando una moneda de dos caras. ¿Podría ser que el éxito editorial fuera tan impredecible que, incluso si nuestra novela estuviese destinada a la lista de *best seller*, numerosos editores fueran incapaces de captar la idea y enviar esas cartas que dicen «gracias, pero no, gracias»? En los años cincuenta un libro fue rechazado repetidamente por los editores, que respondieron con críticas al manuscrito calificándolo de «muy aburrido», «un monótono documento de típicas riñas familiares, nimios enfados y emociones adolescentes», e «incluso si el trabajo hubiese salido a la luz hace cinco años, cuando el tema [la segunda guerra mundial] era oportuno, no veo que hubiera habido una oportunidad para éste». Ese libro, *El diario de Ana Frank*, ha vendido 30 millones de copias, convirtiéndose en uno de los libros más vendidos de la historia.^[13]

Ése no fue un juicio erróneo aislado. Pocos libros hoy en día son considerados

con un atractivo más obvio y casi universal que las obras de John Grisham, Theodor Geisel (Dr. Seuss) y J. K. Rowling, aunque los manuscritos que escribieron antes de hacerse famosos —todos finalmente de un enorme éxito— fueron repetidamente rechazados. El manuscrito de John Grisham *Tiempo de matar* fue rechazado por veintiséis editores; su segundo manuscrito, *La tapadera*, fue también rechazado repetidamente y atrajo el interés de los editores sólo después de que una copia pirata que circulaba por Hollywood obtuviera una oferta de 600.000 dólares por los derechos de la película. El primer libro infantil del Dr. Seuss *Y pensar que lo vi en Mulberry Street* fue rechazado por veintisiete editores. Y el primer manuscrito de Harry Potter de J. K. Rowling fue rechazado por nueve.^[14] Es aquí donde hallamos el otro lado de la moneda, el lado que cualquiera en el negocio conoce demasiado bien: los muchos autores que tenían un gran potencial pero que nunca llegaron, John Grisham que abandonó después de los veinte primeros rechazos, o J. K. Rowlings que se rindió después de los cinco primeros. Uno de estos escritores, John Kennedy Toole, después de muchos rechazos perdió la esperanza de conseguir que su novela fuera publicada y se suicidó. Su madre, sin embargo, perseveró en el intento, y once años después se publicó *La conjura de los necios*, que ganó el Premio Pulitzer de ficción y vendió un millón y medio de ejemplares.

Existe un enorme océano de azar e incertidumbre entre la creación de una gran novela —o de una pieza de joyería o una galleta con pedacitos de chocolate— y la presencia de grandes montones de esa novela, joya o galletas en el escaparate de miles de tiendas. Por eso los éxitos en todos los campos son casi miembros universales de un cierto grupo, el grupo de gente que no se rinde.

Mucho de lo que nos sucede —el éxito en nuestras profesiones, las inversiones y decisiones en la vida, tanto mayores como menores— es en considerable medida tanto el resultado de factores aleatorios como de la habilidad, la preparación y el trabajo duro. Como consecuencia, la realidad que percibimos no es un reflejo directo de las personas o circunstancias que hay debajo de ésta, sino una imagen que se ha vuelto borrosa por los efectos azarosos de fuerzas externas imprevisibles o fluctuantes. Eso no significa que la capacidad no cuente: es uno de los factores que incrementa las posibilidades de éxito, pero la conexión entre acciones y resultados no resulta tan directa como nos gustaría creer. Y por eso nuestro pasado no es tan fácil de entender, ni nuestro futuro fácil de predecir, y en ambas empresas nos beneficiamos mirando más allá de las explicaciones superficiales.

Subestimamos los efectos del azar en todo, desde la recomendación de nuestro corredor de bolsa del fondo de inversión latinoamericano de «perder hasta los pantalones en los fondos domésticos» que llevan cinco años de gestión hasta

cuando atribuimos nuestra última enfermedad a un efecto secundario del medicamento que estamos tomando, o cuando nuestro médico atribuye ese aumento de los triglicéridos a nuestro nuevo hábito de disfrutar secretamente de un Ding Dong de Hostess^[15] con leche cada mañana después de alimentar obedientemente a los niños con un desayuno de mangos y yogur desnatado. Podemos hacer caso o no del consejo de nuestro corredor de bolsa o del médico, pero algunos de nosotros nos cuestionaremos si tienen suficientes datos para darlo. En el mundo de la política, de economía o los negocios, incluso cuando hay profesiones y millones de dólares en juego, los sucesos aleatorios son a menudo visiblemente malinterpretados como logros o fracasos.

Hollywood proporciona un bonito ejemplo. ¿Son merecidas las recompensas (y castigos) del juego de Hollywood, o la suerte desempeña un papel bastante más importante en el éxito (y fracaso) de taquilla de lo que la gente se imagina? Todos comprendemos que la genialidad no garantiza el éxito, pero es seductor asumir que el éxito quizá proceda de la genialidad. Sin embargo, el miedo de que nadie pueda conocer por adelantado si una película tendrá éxito o fracasará ha sido una sospecha incómoda en Hollywood, al menos desde que el novelista y guionista William Goldman lo anunció en su clásico de 1983 *Las aventuras de un guionista en Hollywood*. En ese libro Goldman citaba al antiguo ejecutivo de estudio David Picker, que decía: «Si hubiese dicho sí a todos los proyectos que rechazé, y no a todos los otros que acepté, habría ocurrido lo mismo».^[16]

Esto no es lo mismo que decir que un vídeo casero de terror podría fácilmente convertirse en un éxito como, digamos, *El exorcista*. *El comienzo*, que costó aproximadamente 80 millones de dólares. Bien, realmente, es lo que pasó hace algunos años con *El proyecto de la bruja de Blair*. Costó a los directores solamente 60.000 dólares, pero proporcionó 140 millones de ingresos en taquilla, tres veces más que *El exorcista*. De todas formas, eso no es lo que Goldman estaba diciendo. Se refería sólo a películas de Hollywood hechas por profesionales con valores de producción suficientemente buenos como para conseguir un distribuidor respetable para la película. Y Goldman no negaba que hay motivos que explican el rendimiento en taquilla de una película. Decía que esos motivos son tan complejos y la trayectoria desde la «luz verde» hasta el fin de semana de inauguración tan vulnerable a influencias imprevisibles e incontrolables, que las «suposiciones fundamentadas» sobre el potencial de una película todavía no rodada no son mucho mejores que las volteretas de una moneda.

Es sencillo encontrar ejemplos de la imprevisibilidad de Hollywood. Los cinéfilos recordarán las grandes expectativas que tenían los estudios por *Ishtar*

(Warren Beaty + Dustin Hoffman + un presupuesto de 55 millones de dólares = 14 millones de dólares de ingresos en taquilla) y *El último gran héroe* (Arnold Schwarzenegger + 85 millones de dólares = 50 millones de dólares). O las serias dudas que tenían en Universal sobre la primera película de un joven director llamado George Lucas, *American Graffiti*, lanzada por menos de un millón de dólares. A pesar de su escepticismo recaudó 115 millones, pero, de todas formas, eso no evitó que el estudio tuviera incluso dudas más serias sobre la nueva idea de Lucas. Él llamó a la historia *Las aventuras de Luke Starkiller*; tomadas de «*La revista de los Whills*», Universal la llamó «improducible». Finalmente, Fox hizo la película, pero su fe en el proyecto fue parcial: pagó a Lucas sólo 100.000 dólares para escribir y dirigirla; a cambio, Lucas recibió la secuela y los derechos de comercialización. Al final, *La guerra de las galaxias* recaudó 461 millones de dólares a partir de un presupuesto de 11 millones, y Lucas consiguió su propio imperio.

Dado que las decisiones de «luz verde» son tomadas años antes de que una película esté completada, y que las películas están sujetas a muchos factores impredecibles que surgen durante esos años de producción y *marketing*, sin mencionar el inescrutable gusto de la audiencia, la teoría de Goldman no parece tan inverosímil. (También está respaldada por estudios económicos más recientes.)^[17] Y ello a pesar de que a todos estos ejecutivos no se les juzga por esas habilidades básicas necesarias tanto para la United States Steel Corporation^[18] como para la Paramount Pictures, sino por la capacidad de elegir éxitos. Si Goldman tiene razón, la capacidad es mera ilusión y, a pesar de su fanfarronada, ningún ejecutivo vale un contrato de 25 millones de dólares.

Decidir qué parte de un resultado se debe a la habilidad y qué parte a la suerte no es pan comido. Los sucesos aleatorios a menudo llegan como las pasas en una caja de cereales: en grupos, en partes pequeñas y en cúmulos. Y aunque la diosa de la Fortuna es justa en probabilidades, no lo es en resultados. Esto significa que si uno de cada diez ejecutivos de Hollywood lanza diez monedas, aunque todos tengan la misma oportunidad de ser el ganador o el perdedor, al final habrá ganadores y perdedores. Las posibilidades de que al menos uno de los ejecutivos consiga ocho o más caras o cruces son de dos entre tres.

Supongamos que George Lucas hace una nueva película de *La guerra de las galaxias*, y en alguna prueba de mercado decide realizar un loco experimento de *marketing*. Realiza la película idéntica con dos títulos diferentes: *La guerra de las galaxias. Episodio A* y *La guerra de las galaxias. Episodio B*. Cada película tiene su propia campaña de *marketing* y distribución independiente, idénticas excepto en que los tráileres y anuncios para una película dicen *Episodio A* y para la otra *Episodio B*.

Ahora hagamos una competición. ¿Qué película será más popular? Supongamos que observamos a los primeros 20.000 espectadores y apuntamos qué película escogen para ver (ignorando a esos aficionados recalcitrantes que irán a las dos y que entonces insistirán en que hay diferencias sutiles pero significativas). Como las películas y sus campañas de *marketing* son idénticas, podemos modelar matemáticamente el juego del siguiente modo: imaginemos que ponemos en fila a todos los espectadores, y que para cada espectador, por turno, tiramos una moneda. Si la moneda sale cara, ven el *Episodio A*, y si sale cruz, su *Episodio B*. Debido a que la moneda tiene la misma posibilidad de dar cualquiera de las dos, podríamos pensar que en esta guerra de taquilla experimental cada película debería estar a la cabeza aproximadamente la mitad del tiempo. Pero las matemáticas del azar dicen lo contrario. El número más probable de cambios de primera posición es cero, y es 88 veces más probable que una de las dos películas vaya en cabeza a través de todos los clientes que, digamos, la primera posición se comporte como una sierra.^[19] La lección no es que no hay diferencia entre las dos películas, sino que algunas películas lo harán mejor que otras incluso si son idénticas.

Tales cuestiones no se discuten en salas de reuniones corporativas, ni tampoco en Hollywood u otro lugar, y por tanto los típicos patrones de la aleatoriedad —rachas buenas o malas evidentes, o el agolpamiento de los datos— son rutinariamente malinterpretados y, peor, los siguen como si representaran una nueva tendencia o una epifanía.

Uno de los ejemplos más notables de unción y regicidio en el Hollywood moderno fue el caso de Sherry Lansing, que dirigió con gran éxito la Paramount durante muchos años.^[20] Bajo el mando de Lansing, la Paramount ganó el premio a la mejor película por *Forrest Gump*, *Braveheart* y *Titanic*, y la llevó a los mejores dos años de ganancias de su historia. Entonces, de repente la reputación de Lansing se hundió, y fue criticada después de que la Paramount experimentara, como dijo *Variety*, «un largo período de bajo rendimiento en taquilla».^[21]

En términos matemáticos hay una explicación corta y una larga del destino de Lansing. Primero, la respuesta corta. Veamos estas series de números: 11,4%, 10,6%, 11,3%, 7,4%, 7,1%, 6,7%. ¿Observa algo? También lo observó su jefe Sumner Redstone, ya que esos números representan la cuota de mercado del Paramount's Motion Picture Group de los últimos seis años de Lansing en el puesto. La tendencia provocó que *Business Week* especulara que Lansing «sencillamente ya no era un as de Hollywood».^[22] Poco después anunció que lo dejaba, y unos pocos meses más tarde un talentoso manager llamado Brad Grey subió a bordo.

¿Cómo pudo un genio de éxito seguro, que llevó a una empresa a siete grandes años, caer prácticamente de la noche a la mañana? Había muchas teorías que explicaban el éxito previo de Lansing. Mientras que el estudio lo estaba haciendo bien, Lansing era elogiada por haber hecho de la Paramount uno de los estudios de Hollywood mejor llevados, con una capacidad para producir éxitos de 100 millones de dólares a partir de historias convencionales. Cuando su fortuna cambió, los revisionistas tomaron el mando. Su afición por hacer nuevas versiones y secuelas de éxito se convirtió en un inconveniente. Lo más irrefutable de todo fue la idea de que su fracaso se debía a sus «gustos moderados». Ahora se la culpaba de dar luz verde a películas como *Timeline* y *Lara Croft Tomb Raider: La cuna de la vida*. De repente, la sabiduría tradicional decía que Lansing era conservadora, pasada de moda y fuera de contacto con las tendencias. Pero realmente ¿podía ser culpada por pensar que un *best seller* de Michael Crichton era un material prometedor para una película? ¿Y dónde estaban todos los críticos de *Lara Croft* cuando su primera película de *Tomb Raider* ingresó 131 millones de dólares en taquilla?

Incluso si las teorías sobre los defectos de Lansing fueran plausibles, consideremos la brusquedad de su caída. ¿Se volvió conservadora y ajena a la realidad de la noche a la mañana? Porque fue así de rápido como la cuota de mercado de la Paramount se hundió. Un año Lansing estaba volando alto, al siguiente se encuentra en peligro de convertirse en chiste para los programas nocturnos de televisión. Su cambio de suerte podría entenderse si, como otros en Hollywood, se hubiese deprimido después de los trámites de un divorcio desagradable, tras ser acusada de desfalco o unirse a un culto religioso. Éste no fue el caso. Y desde luego no sufrió ningún daño en su corteza cerebral. La única evidencia que sus críticos podían ofrecer de sus recién desarrollados defectos era, de hecho, su recién desarrollado fracaso.

Retrospectivamente, está claro que Lansing fue despedida debido a una mala comprensión de la aleatoriedad por parte de la industria más que de su propia toma de decisiones defectuosa: las películas de la Paramount durante el siguiente año ya estaban en trámites cuando Lansing dejó la compañía. De modo que, si queremos saber aproximadamente cómo lo habría hecho Lansing en un universo paralelo en el que hubiese seguido en su trabajo, todo lo que tenemos que hacer es mirar los datos del año siguiente a su marcha. Con películas como *La guerra de los mundos* y *El clan de los rompe huesos*, la Paramount hizo su mejor verano de la década y vio como su cuota de mercado resurgía hasta casi el 10%. Esto no es simplemente irónico, es de nuevo ese aspecto de la aleatoriedad llamado «regresión a la media». Un titular de *Variety* sobre el tema decía: «Regalos de despedida: películas del antiguo régimen impulsan el resurgir de la Paramount»,^[23] pero uno no puede evitar pensar que, si

Viacom hubiese tenido más paciencia, el titular sería: «Un año extraordinario pone a la Paramount y la carrera de Lansing de nuevo en marcha».

Sherry Lansing tuvo mala suerte al final, pero podría haber sido peor. Podría haber tenido mala suerte al principio. Eso es lo que le pasó a un jefe de Columbia Pictures llamado Mark Cantón. Descrito como un entendido y entusiasta de la taquilla al poco tiempo de ser contratado, fue despedido después de que sus primeros años produjeran resultados de taquilla decepcionantes. Criticado por un colega anónimo de ser «incapaz de distinguir entre los ganadores y los perdedores» y por otro de estar «demasiado ocupado haciendo elogios», las películas que esta desgracia de hombre «incapaz de distinguir entre ganadores y perdedores» dejó en proyecto cuando se marchó incluían *Men in black* (589 millones de dólares en ingresos mundiales de taquilla), *Air Force One* (315 millones), *El quinto elemento* (264 millones), *Jerry Maguire* (274 millones), y *Anaconda* (137 millones). Como expresó *Variety*, las películas heredadas de Canton «tenían éxito y un gran éxito».^[24]

Bueno, eso es Hollywood, una ciudad donde Michael O vita trabaja como presidente de Disney durante quince meses y abandona la compañía con una indemnización por despido de 140 millones de dólares, y donde el director de estudio David Begelman es despedido de Columbia Pictures por falsificación y desfalco y después contratado pocos años después como director general de la Metro Goldwyn Mayer. Pero como veremos en capítulos posteriores, el mismo tipo de juicios equivocados que asolan Hollywood también asolan la percepción de la gente en todos los dominios de la vida.

Mi epifanía personal respecto a los efectos ocultos de la aleatoriedad llegó a la universidad cuando hice un curso de probabilidad y empecé a aplicarlo al mundo de los deportes. Esto es fácil de realizar porque, como en el negocio de las películas, la mayoría de logros en deporte son fácilmente cuantificables y los datos fácilmente disponibles. Pero del mismo modo que las lecciones de perseverancia, práctica y trabajo en equipo que aprendemos de los deportes las aplicamos igualmente a todos los esfuerzos de la vida, también lo hacen las lecciones de la aleatoriedad. Por ello, la historia de dos bateadores de béisbol, Roger Maris y Mickey Mantle, nos da una lección a todos nosotros, incluso a aquéllos que no distinguirían una pelota de béisbol de una de ping-pong.

El año era 1961. Aunque apenas tenía edad para leer, todavía recuerdo las caras de Maris y de su compañero más popular del equipo de los New York Yankees en la portada de la revista *Life*. Los dos jugadores de béisbol estaban ocupados en su histórica «carrera» de igualar o romper el amado récord de 1927 de Babe Ruth de 60

home runs en un año. Eran tiempos idealistas en los que mi profesor hubiera dicho cosas como «necesitamos más héroes como Babe Ruth», o «nunca tuvimos un presidente deshonesto». Debido a que la leyenda de Babe Ruth era tan sagrada, más valía que cualquiera que lo pudiera desafiar fuera digno de ello. Mantle, un bateador perennemente valeroso que luchaba a pesar de sus malas rodillas, era el favorito indiscutible de los aficionados y de la prensa. Guapo y bondadoso, Mantle era el típico chico americano del que todo el mundo esperaba que hiciera récords. Maris, por otro lado, era un tipo brusco, reservado y desamparado que nunca había golpeado más de 39 *home runs* en un año, muy lejos de acercarse a los 60. Mis amigos lo describían como un tipo antipático que no ofrecía entrevistas y a quien no le gustaban los niños. Todos apoyaban a Mantle. A mí me gustaba Maris.

Y resultó que las rodillas de Mantle finalmente se llevaron lo mejor de él, y sólo hizo 54. Maris rompió el récord de Ruth con 61. A lo largo de su carrera, Ruth golpeó 50 o más *home runs* cuatro veces y golpeó más que ningún otro en la liga 12 veces. Maris nunca más golpeó 50, ni siquiera a veces, y nunca más lideró la liga. Ese rendimiento alimentó el resentimiento. A medida que pasaban los años Maris fue criticado implacablemente por los aficionados, redactores deportivos y, a veces, por otros jugadores. Su veredicto: se había desmoronado bajo la presión de ser un campeón. Decía un veterano del béisbol: «Maris no tenía derecho a romper el récord de Ruth».^[25] Esto quizá fuera cierto, pero no por las razones que el veterano pensaba.

Muchos años después aprendí a ver la hazaña de Maris bajo una nueva luz. Todo empezó en el curso de matemáticas de mi universidad. Inspirado por ese viejo artículo de la revista *Life* y por una sección que aplicaba la teoría de la probabilidad para analizar la carrera Ruth/Maris,^[26] decidí crear mi propio modelo matemático de golpeo de *home runs*. Así es como funciona: el resultado de cualquier particular en el bate (es decir, oportunidad de éxito) depende ante todo de la capacidad del jugador, naturalmente. Pero también depende de la interacción de muchos otros factores: su salud, el viento, la calidad del lanzamiento que recibe, la situación del juego, si adivina correctamente o no lo que el *pitcher* lanzará, si su coordinación mano-ojo funciona perfectamente cuando hace su *swing*, si esa morena que conoció en el bar lo retuvo hasta demasiado tarde o si el perrito de queso y chile con patatas fritas de ajo que se tomó para desayunar agriaba su estómago. Si no fuera por todos los factores impredecibles, un jugador golpearía un *home run* cada vez que bateara, o en cada bateo fallaría. Durante los cientos de bateos que hacen cada año, esos factores aleatorios normalmente salen a un promedio y resultan en una producción de *home runs* típica que aumenta a medida que el jugador se hace más hábil y que finalmente disminuye debido al mismo proceso que graba arrugas en su cara guapa y joven. Pero a veces los factores aleatorios no salen a un promedio determinado.

¿Con cuánta frecuencia sucede, y de qué magnitud es la aberración?

De las estadísticas anuales de los jugadores, se puede estimar su probabilidad de golpear un *home run* en cada oportunidad, es decir, en cada visita «al plato».^[27] En 1960, el año anterior a su récord, Roger Maris golpeó un *home run* por cada 14,7 veces en el plato (que es aproximadamente lo mismo que lo que se consigue si hacemos la media de *home runs* de sus cuatro mejores años). Llamemos a este rendimiento «Maris normal». Se puede modelar la habilidad de golpeo de *home runs* de Maris normal de esta forma: imaginemos una moneda que de media da cara, no una vez cada dos tiradas sino una de cada 14,7. Entonces tiremos esa moneda una vez por cada visita al plato que queramos darle y premiémosle con un *home run* por cada vez que la moneda da cara. Si queremos valorar, digamos, la temporada de Maris de 1961, lanzaremos la moneda cada vez que aparezca en el plato ese año. Mediante este método se puede generar una serie completa de temporadas de 1961 alternadas en las que el nivel de habilidad de Maris encaje con el total de *home runs* de Maris normal. El resultado de esas temporadas fingidas ilustran el rango de logros «Maris normal» que podría haber esperado en 1961 si su talento no hubiese aumentado dados sólo su capacidad «normal» de *home runs* más los efectos de pura suerte.

Para realizar realmente este experimento hubiese necesitado una moneda bastante irregular, una muñeca bastante fuerte y una excedencia de la universidad. En la práctica, las matemáticas del azar me permitieron hacer el análisis utilizando ecuaciones y un ordenador. En la mayoría de las temporadas «Maris normal» de 1961 imaginadas, los *home runs* estuvieron, como es lógico, en el rango que era normal para Maris. En algunas temporadas simuladas golpeó unos pocos más, en algunas unos cuantos menos. Sólo raras veces golpeaba muchos más o muchos menos. ¿Con qué frecuencia el talento «Maris normal» produce resultados ruthianos?

Esperaba que las posibilidades «Maris normal» de igualar el récord de Ruth serían aproximadamente iguales a las de Jack Whittaker, que dejó caer un dólar extra mientras compraba galletas para el desayuno en un pequeño supermercado hace unos pocos años y terminó ganando 314 millones de dólares en la lotería Powerball^[28] de su estado. Éstas hubieran sido las posibilidades de un jugador menos talentoso. Pero «Maris normal», aunque no era ruthiano, estaba todavía muy por encima de la media de golpes de *home runs*. Y por eso la probabilidad «Maris normal» de producir un récord por azar no era microscópica: igualaría o rompería el récord de Ruth una vez cada treinta y dos temporadas. Puede no sonar como una probabilidad muy alta, y probablemente no querrías apostar por Maris o por el año

1961 en particular. Pero para mí fue una revelación. Para ver por qué, preguntémosnos una cuestión más importante. Consideremos a todos los jugadores con el talento de «Maris normal», y el período entero de setenta años desde el récord de Ruth hasta el comienzo de la «era del esteroide» (cuando debido al uso de drogas los *home runs* se volvieron mucho más corrientes). ¿Cuáles eran las probabilidades de que algún jugador hubiera igualado o batido el récord de Ruth en algún momento solamente por azar? ¿Es razonable pensar que esto es lo que ocurrió, y que Maris sólo resultó ser el receptor de la temporada aberrante afortunada?

La historia demuestra que por aquel entonces había aproximadamente un jugador cada tres años con tanto talento como oportunidad comparables a las de «Maris normal» en 1961. Cuando se suma todo esto sale que la probabilidad de que, sólo por azar, uno de esos jugadores hubiera igualado o batido el récord de Ruth es un poco mayor del 50%. En otras palabras a lo largo de un período de setenta años un pico aleatorio de 60 o más *home runs* para un jugador cuyos proceso de producción merezca más bien 40 no es inesperado, algo así como ese crujido fuerte ocasional que se escucha en medio de la estática en una conexión de teléfono mala. También se espera, naturalmente, que divinicemos o vilipendiamos —y que ciertamente se analice una y otra vez— a quienquiera que resulte ser la personada «afortunada».

Nunca podremos saber con seguridad si Maris era un jugador mucho mejor en 1961 que en cualquiera de los otros años en los que jugó profesionalmente a béisbol o si simplemente fue el beneficiario de una buena fortuna. Pero un análisis detallado del béisbol y otros deportes por científicos tan eminentes como Stephen Jay Gould y el laureado Nobel de física Ed Purcell muestran que los modelos de lanzamientos de moneda como el que he descrito se ajustan mucho al actual rendimiento de tanto los jugadores como los equipos, incluyendo sus rachas buenas y malas.^[29]

Cuando observemos logros extraordinarios, en deportes o donde sea, debemos tener en mente que los sucesos extraordinarios pueden ocurrir sin motivos extraordinarios. Los sucesos aleatorios a menudo parecen sucesos no aleatorios e, interpretando asuntos humanos, como en el caso de Roger Maris, debemos tener cuidado para no confundir a los dos. Aunque llevó muchos siglos, los científicos han aprendido a mirar más allá del orden aparente y reconocer la aleatoriedad escondida en la naturaleza y los asuntos humanos. En este capítulo he presentado unos pocos destellos de esos estudios. En los capítulos siguientes examinaremos las ideas centrales de la aleatoriedad dentro de su contexto histórico y describiremos su relevancia con el propósito de ofrecer una nueva perspectiva de nuestros entornos

cotidianos y, por lo tanto, una mejor comprensión del vínculo entre este aspecto fundamental en la naturaleza y nuestra experiencia humana.

Las leyes de las verdades y las medias verdades

Mirando el cielo en una noche clara, sin luna, el ojo humano puede detectar miles de fuentes titilantes de luz. Acurrucados entre esas estrellas dispersas de cualquier modo, hay patrones. Un león aquí, una osa allá. La capacidad de detectar esos patrones puede ser tanto una fuerza como una flaqueza. Isaac Newton meditó sobre los patrones de los objetos que caen y creó su ley de la gravitación universal. Otras mentes perciben un aumento en sus aptitudes atléticas cuando llevan calcetines sucios y desde ese momento se niegan a cambiárselos. ¿Cómo distinguimos de entre todos los patrones de la naturaleza aquellos que son significativos? Ésa es una empresa intrínsecamente práctica. Y por eso no debe asombrarnos que, a diferencia de la geometría que surgía como un grupo de axiomas y teoremas creados por una cultura de filósofos importantes, la teoría del azar brotaba de mentes centradas en hechizos y juegos, figuras que podremos imaginar antes con un dado o una poción en la mano que con un libro o un rollo de pergamino.

La teoría del azar es básicamente una codificación que obedece al sentido común. Pero también es un campo de gran sutileza, un campo en el que grandes expertos han cometido equivocaciones muy conocidas, y expertos jugadores han cometido aciertos nada conocidos. Lo que lleva a entender la aleatoriedad y superar nuestras ideas erróneas es tanto la experiencia como el pensamiento meticuloso. Y por eso empezamos nuestro viaje con algunas de las leyes básicas de la probabilidad y los retos involucrados en descubrirlas, entenderlas y aplicarlas. Una de las exploraciones clásicas de la intuición de las personas sobre esas leyes fue un experimento dirigido por la pareja que tanto hizo por dilucidar nuestras ideas equivocadas, Daniel Kahneman y Amos Tversky.^[30] Siéntete libre de tomar parte y aprende algo sobre tu propia intuición probabilística.

Imaginemos a una mujer llamada Linda, de treinta y un años, soltera, franca y muy brillante. Se especializó en filosofía. Mientras estaba estudiando, se mostró

profundamente interesada en temas de discriminación y justicia social, y también participó en manifestaciones antinucleares. Twersky y Kahneman presentaron esta descripción a un grupo de 88 sujetos y les indicaron que ordenaran las siguientes afirmaciones en una escala del 1 al 8 según su probabilidad, donde 1 representa la más probable y 8 la menos. Aquí están los resultados, en orden descendiente desde el considerado más probable hasta el menos probable.

Afirmación Orden de probabilidad medio Linda es una activista del movimiento feminista 2,1 Linda es una trabajadora social de psiquiatría 3,1 Linda trabaja en una librería y acude a clases de yoga 3,3 Linda es cajera de banco y una activista del movimiento feminista 4,1 Linda es profesora en una escuela de primaria 5,2 Linda es miembro de la Liga de mujeres votantes 5,4 Linda es cajera de banco 6,2 Linda es vendedora de seguros 6,4A primera vista podría parecer que no existe nada inusual en estos resultados: la descripción fue de hecho diseñada para ser representativa de una activista feminista, y no representativa de una cajera de banco o de una vendedora de seguros. Pero ahora centrémonos en sólo tres de las posibilidades y su clasificación media, listadas debajo y ordenadas de más a menos probables. El 85% de las personas que respondían al cuestionario clasificaron las tres posibilidades justo en este orden:

Afirmación Orden de probabilidad medio Linda es una activista del movimiento feminista 2,1 Linda es cajera de banco y una activista del movimiento feminista 4,1 Linda es cajera de banco 6,2Si nada parece extraño, entonces Kahneman y Tversky te han engañado, porque si las posibilidades de «Linda es cajera de banco y una activista del movimiento feminista» fueran mayores que las posibilidades de «Linda es cajera de banco», esto violaría nuestra primera ley de probabilidades, y una de las más básicas: la probabilidad de que dos sucesos ocurran no puede ser nunca mayor que la probabilidad de que cada uno ocurra individualmente. ¿Por qué no? Simple aritmética: las posibilidades de que el suceso A ocurra son las mismas de que las posibilidades de que el suceso A y el B ocurran, más la posibilidad de que el suceso A ocurra y el suceso B no ocurra.

Kahneman y Tversky no se sorprendieron del resultado porque habían dado a sus sujetos un gran grupo de posibilidades, y la relación entre los tres escenarios expuestos arriba se podría fácilmente haber pasado por alto. Así pues, presentaron la descripción de Linda a otro grupo, pero esta vez solamente con estas posibilidades:

Linda es una activista del movimiento feminista. Linda es cajera de banco y una activista del movimiento feminista. Linda es cajera de banco. Para su sorpresa,

el 87% de los sujetos en esta nueva prueba todavía clasificaban la probabilidad «Linda es cajera de banco y activista del movimiento feminista» por encima de la probabilidad de «Linda es cajera de banco». De modo que presionaron más: cogieron a un grupo de 36 estudiantes graduados bastante sofisticados y les instaron explícitamente a considerar su respuesta a la luz del principio anterior. Incluso después del apunte, dos de ellos se negaron a cambiar su clasificación.

Lo que observaron en esta idea errónea Kahneman y Tversky es que las personas no cometerán el mismo error si haces preguntas que no están relacionadas con lo que saben sobre Linda. Por ejemplo, supongamos que Kahneman y Tversky preguntan cuál de éstas parece la más probable:

Linda es propietaria de una franquicia de la Casa Internacional de Crepes. Linda cambió de sexo y ahora es conocida como Larry. Linda cambió de sexo, ahora es conocida como Larry y es propietaria de una franquicia de la Casa Internacional de Crepes. En este caso pocas personas escogerían la última opción como más probable que cualquiera de las otras dos.

Kahneman y Tversky concluyeron eso porque la información «Linda es activista del movimiento feminista» era convincente basándonos en la descripción inicial de su carácter. Cuando añadieron ese detalle a la otra especulación aumentó el escenario de credibilidad. Pero podrían haber pasado muchas cosas desde los tiempos de estudiante *hippie* de Linda y su cuarta década en el planeta. Se podría haber convertido a un culto religioso fundamentalista, haberse casado con un cabeza-rapada y tener tatuada una esvástica en su nalga izquierda, o estar demasiado ocupada con otros aspectos de su vida como para permanecer políticamente activa. En cualquiera de estos casos, y en muchos otros, probablemente no sería «activista del movimiento feminista». De modo que añadiendo la afirmación disminuían las posibilidades de que el escenario fuera correcto aunque pareciera que las aumentara.

Si las informaciones que damos encajan con nuestra imagen mental de algo, cuantas más informaciones haya en un escenario más real parecerá éste, y por lo tanto más probable será que consideremos que existe —aunque al añadir informaciones dudosas a una conjetura la estamos realmente haciendo menos probable—. Esta inconsistencia entre la lógica de la probabilidad y la valoración de sucesos dudosos de la gente interesaban a Kahneman y Tversky porque puede llevar a valoraciones injustas o erróneas en situaciones de la vida real. ¿Qué es más probable, que un acusado, «después de descubrir el cuerpo, dejara la escena del crimen», o que un acusado, «después de descubrir el cuerpo, dejara la escena del

crimen porque tuvo miedo de ser acusado del espeluznante asesinato»? ¿Es más probable que el presidente incremente la ayuda federal en educación, o que incremente la ayuda federal en educación mientras recorta subvenciones a estados individuales? ¿Es más probable que una compañía incremente las ventas el próximo año, o que incremente las ventas el próximo año porque la economía global tiene un gran año? En cada caso, aunque la última es menos probable que la primera, puede sonar más probable. O, como expresaron Kahneman y Tversky, «una buena historia a menudo es menos probable que una explicación no tan satisfactoria».

Kahneman y Tversky descubrieron que incluso los médicos altamente cualificados cometían este error.^[31] Presentaron a un grupo de médicos especialistas en medicina interna un problema grave: una embolia pulmonar o sangre en el pulmón. Si tienes esa enfermedad deberías manifestar uno o más de una serie de síntomas. Algunos de los síntomas, como la parálisis parcial, no son comunes; otros, como la falta de aliento, son probables. ¿Qué es más probable, que experimente sólo parálisis parcial, o que experimente tanto parálisis parcial como falta de aliento? El 91% de los médicos creían menos probable que el coágulo causara un síntoma raro que la combinación de un síntoma raro y uno común. (En defensa de los médicos, un paciente realmente no entra en el despacho del médico y dice cosas como «Tengo un coágulo en mis pulmones, adivina mis síntomas».)

Años más tarde uno de los estudiantes de Kahneman, junto con otro colega, descubrió que los abogados también son víctimas de la misma parcialidad en sus juicios.^[32] Ya estén envueltos en un caso criminal o civil, los clientes dependen de sus abogados para valorar las diferentes probabilidades que podrían ocurrir si su caso va a juicio. ¿Cuáles son las posibilidades de absolución, de una sentencia de pago o de un acuerdo de varias cantidades? Aunque los abogados no deben formular sus opiniones en términos de probabilidades numéricas, ofrecen consejos basados en sus pronósticos personales de la probabilidad relativa de los posibles resultados. Aquí, también, los investigadores encontraron que los abogados asignaban probabilidades más altas a contingencias que son descritas con mucho detalle. Por ejemplo, en la época del juicio civil de Paula Jones contra el entonces presidente Bill Clinton, se les pidió a doscientos abogados en ejercicio que hicieran una predicción de la probabilidad de que el juicio no completara todo el proceso. Esa posibilidad estaba, para algunos de los sujetos, descompuesta en causas específicas para un final temprano del proceso, como final por acuerdo, retirada de los cargos o desestimación del juez. Los investigadores encontraron que el grupo de abogados a quienes les explicaron con detalle los diferentes modos de que el juicio pudiera conseguir una conclusión prematura, valoraban esa eventualidad como mucho más probable que el grupo a quien no se le había detallado.

La capacidad de evaluar las conexiones significativas entre diferentes fenómenos en nuestro entorno puede ser tan importante que vale la pena ver unos pocos espejismos. Si un hombre de las cavernas hambriento ve una imagen borrosa y verdosa poco clara en una roca lejana, es más costoso descartarla como nada interesante cuando en realidad se trata de un lagarto gordo y sabroso, que correr y abalanzarse sobre lo que resulta ser unas pocas hojas aisladas. Y por eso, dice la teoría, debemos haber desarrollado evitar el primer error anterior a costa de a veces cometer el segundo.

En la historia de las matemáticas, los griegos destacan como una de las civilizaciones más sobresalientes, como los mismísimos inventores del modo en que se llevan a cabo las matemáticas modernas a través de axiomas, pruebas, teoremas, más pruebas, más teoremas, *etc.* En los años treinta el matemático checo-americano (y amigo de Einstein) Kurt Gödel demostró que este enfoque era algo deficiente, la mayoría de las matemáticas, apuntó, debían de ser inconsistentes o contener verdades que no se pueden demostrar. Aun así, la marcha de las matemáticas ha seguido íntegramente el camino griego, el estilo de Euclides. Los griegos, genios en geometría, crearon un pequeño conjunto de axiomas, estamentos para ser aceptados sin demostrarlos, y avanzaron desde ahí para demostrar bonitos teoremas detallando las propiedades de líneas, planos, triángulos y otras formas geométricas. Desde este conocimiento discernieron hechos como la comprensión de que la Tierra es una esfera, e incluso calcularon su radio. Uno se debería sorprender de por qué una civilización que podría crear un teorema como la Proposición 29 del libro I de *Elementos* de Euclides, «Una línea recta interseccionando dos líneas rectas paralelas hace que los ángulos alternos sean iguales, el ángulo exterior igual al ángulo interior y al opuesto, y los ángulos interiores del mismo lado iguales a dos ángulos rectos», no creó una teoría demostrando que si lanzamos dos dados, sería desaconsejable apostar tu Corvette a que los dos salen seis.

En realidad, no sólo los griegos no tenían Corvettes, sino que tampoco tenían dados. Pero tenían adicción al juego. También tenían carcasas de animales de sobra, de modo que lo que lanzaban eran astrágalos, hechos a partir de huesos de nudillos. Un astrágalo tenía seis lados, pero sólo cuatro eran suficientemente estables como para que el hueso descansara sobre ellos. Los estudiantes contemporáneos se dan cuenta de que debido a la construcción del hueso, las posibilidades de descansar en cada uno de los cuatro lados no son iguales: son aproximadamente de un 10% para dos de los lados, y de un 40% para los otros dos. Un juego corriente implicaba el lanzamiento de cuatro astrágalos. El resultado del juego considerado el mejor era uno raro, pero no el más raro, el caso en que los cuatro astrágalos daban diferente. Esto se llamaba una tirada Venus. La tirada Venus tenía una probabilidad de

aproximadamente 384 sobre 10.000, pero los griegos, a falta de una teoría del azar, no lo sabían.

Los griegos también utilizaban el astrágalo cuando hacían preguntas a sus oráculos. Allí, los interpelantes podían hacer sus preguntas y recibir respuestas que se decía que eran las palabras de los dioses. Muchas elecciones sumamente importantes eran tomadas por destacados griegos a partir del consejo de los oráculos, como evidenciaban los relatos de Herodoto, el historiador griego, y escritores como Esquilo, Sófocles y Homero. Pero a pesar de la importancia de las tiradas del astrágalo tanto en el juego como en la religión, los griegos no hicieron ningún esfuerzo para entender las regularidades de los lanzamientos del astrágalo.

¿Por qué los griegos no desarrollaron una teoría de la probabilidad? Una respuesta es que muchos griegos creían que el futuro se revelaba a partir de la voluntad de los dioses. Si el resultado de la tirada del astrágalo significaba «cásate con la fornida chica espartana que te inmovilizó en el partido de lucha detrás de los cuarteles escolares», el chico griego no veía la tirada como un resultado afortunado (o no afortunado) de un proceso aleatorio, lo veía saliendo así debido a que los dioses lo habían ordenado. Según esta perspectiva, una comprensión de la aleatoriedad hubiera sido irrelevante. De este modo una predicción matemática de la aleatoriedad habría parecido imposible. Otra razón puede ser la mismísima filosofía que hacía que los griegos fueran unos matemáticos tan grandes: insistían en la verdad absoluta, demostrada mediante lógica y axiomas, y desaprobaban los pronunciamientos inciertos. Por ejemplo, en el *Fedón* de Platón, Simmias le dice a Sócrates que «los argumentos a partir de probabilidades son impostores», y se anticipaba al trabajo de Kahneman y Tversky al señalar que «... a menos que se utilicen con una gran cautela tienen tendencia a ser engañosos, en geometría, y en otras cosas también».^[33] Y en el *Teeteto*, Sócrates dice que cualquier matemático «que argumente a partir de probabilidades en geometría no valdría ni un as».^[34] Pero incluso los griegos que creían que los probabilistas valían un as deberían haber tenido dificultades en desarrollar una teoría consistente en esos días anteriores a la conservación de datos, porque notoriamente las personas tienen pobres memorias cuando deben estimar la frecuencia —y por tanto la probabilidad— de sucesos pasados.

¿Qué es mayor, el número de palabras en inglés de seis letras que tienen la «n» como quinta letra, o el número de palabras en inglés de seis letras que terminan en «ing»? La mayoría de gente elige el grupo de palabras que terminan en «ing».^[35] ¿Por qué? Porque es más fácil pensar en palabras que terminen en «ing» que en las palabras genéricas que tienen la «n» como quinta letra. Pero no tenemos que

inspeccionar el diccionario Oxford de inglés —o incluso saber cómo contar— para demostrar que es incorrecto: el grupo de palabras de seis letras con una «n» en su quinta letra incluye aquéllas que terminan en «ing». Los psicólogos llaman a este tipo de error «propensión a la disponibilidad», porque al reconstruir el pasado damos importancia injustificada a recuerdos que son más vividos y, por lo tanto, más disponibles para la recuperación.

Lo desagradable de la propensión a la disponibilidad es que tergiversa insidiosamente nuestra percepción del mundo al distorsionar sucesos pasados y de nuestro entorno. Por ejemplo, las personas tienen tendencia a sobreestimar la fracción de los sin techo que están mentalmente enfermos porque cuando se encuentran con una persona sin techo que no se está comportando de manera extraña no le hacen caso y les hablan a sus amigos sobre la curiosa persona sin techo con la que se han tropezado. Pero si se encuentran con una persona sin techo dando fuertes pisotones por la calle saludando con los brazos a un compañero imaginario mientras canta «When the saints go marching in», tienden a recordar el incidente.^[36] Asimismo, ¿qué probabilidad hay de que de las cinco colas en el supermercado escojamos la que tarda más? A no ser que hayamos sido malditos por un profesional de las artes negras, la respuesta es aproximadamente de una entre cinco. Entonces ¿por qué, cuando miramos atrás, tenemos la sensación de que poseemos una habilidad sobrenatural para escoger la cola más larga? Porque tenemos cosas más importantes en las que concentramos cuando las cosas van bien, pero nos impresiona que la señora que tenemos delante con un solo artículo en su carrito decida discutir sobre los motivos por los que su pollo marca 1,50 dólares por libra cuando está convencida de que el cartel en el mostrador de la carne pone 1,49 dólares.

Una cruda ilustración del efecto que la propensión a la disponibilidad puede tener en nuestros juicios y toma de decisiones proviene de un proceso con jurado simulado.^[37] En el estudio, al jurado se le había dado una dosis igual de pruebas exoneratorias e incriminatorias respecto a un conductor acusado de estar borracho cuando chocó contra un camión de la basura. El inconveniente es que a un grupo de miembros del jurado se les había dado pruebas exoneratorias en una versión «pálida»: «El dueño del camión de la basura indicó bajo interrogatorio que su camión de la basura resultaba difícilmente visible por la noche porque era de color gris». A otro grupo se le dio la misma prueba de una manera más «vvida»: «El dueño del camión de la basura indicó bajo interrogatorio que su camión de la basura resultaba difícilmente visible por la noche porque era de color gris. El dueño comentó que sus camiones son grises “porque el gris esconde la suciedad. ¿Qué quiere? ¿Debería pintarlos de rosa?”». La prueba incriminatoria también se presentó

de dos modos, una manera vivida para el primer grupo y una versión pálida para el segundo. Cuando los miembros del jurado fueron reclamados para valorar la culpabilidad o la inocencia del acusado, el lado con una presentación más vivida de la prueba siempre prevaleció; y el efecto aumentó cuando hubo un retraso de cuarenta y ocho horas antes de dar el veredicto (presumiblemente porque la laguna de memoria era incluso mayor).

Al distorsionar nuestra visión del pasado, la propensión a la disponibilidad complica cualquier intento de sacarle sentido. Pero hay un obstáculo aún mayor a una teoría temprana de la aleatoriedad, una razón muy práctica: aunque la probabilidad básica sólo requiere conocimientos de aritmética, los griegos no conocían la aritmética, al menos no de la forma con la que es fácil trabajar. En la Atenas del siglo V a. C., por ejemplo, en la cima de la civilización griega, una persona que quisiera escribir un número usaba un tipo de código alfabético.^[38] Las primeras nueve letras de su alfabeto de 24 letras simbolizaban los números del uno al nueve. Las siguientes nueve letras simbolizaban los números del diez al diecinueve. Y las últimas seis letras más tres símbolos adicionales representaban los nueve primeros centenares (100-900). Si cree que tiene problemas con la aritmética ahora, ¡imagínesse intentando restar $\Delta\Gamma\Theta$ a $\Omega\Psi\Pi$! Para hacer las cosas más complicadas, el orden en que estaban escritas las unidades, decenas y centenas: a veces las centenas se escribían primero, a veces las últimas y, a veces, se ignoraba todo orden. Y finalmente, los griegos no tenían el cero.

El concepto de cero llegó a Grecia cuando Alejandro invadió el imperio babilónico en el año 331 a. C. Incluso entonces, aunque el cero se usaba para denotar ausencia de número, los alejandrinos no lo utilizaban como número con derecho propio. En las matemáticas modernas el cero tiene dos propiedades clave: en la suma, es el número que, cuando se añade a otro, no lo modifica; y, en cambio, en la multiplicación, es el número que no queda nunca modificado tras multiplicarse por cualquier otro. Este concepto definitorio no fue introducido hasta el siglo IX, por el matemático hindú Mahāvīra.

Incluso después del desarrollo de un sistema de números utilizable pasarían muchos siglos antes de que la gente reconociera la suma, la resta, la multiplicación y la división como las operaciones aritméticas fundamentales, y lentamente se dieron cuenta de que un simbolismo conveniente para estas operaciones haría su manipulación mucho más fácil. De modo que no fue hasta el siglo XVI cuando el mundo occidental estuvo realmente preparado para desarrollar una teoría de la probabilidad. Aun así, a pesar de la desventaja de un sistema de cálculo difícil, fue la civilización que conquistó a los griegos, la de los romanos, la que hizo el primer

progreso en la comprensión de la aleatoriedad. Los romanos generalmente desdeñaban las matemáticas, al menos las matemáticas de los griegos. Como expresó el senador romano Cicerón, que vivió del año 106 al 43 a. C., «Los griegos situaban la geometría en el honor más alto; por consiguiente, nada progresó de manera más brillante que las matemáticas. Pero nosotros hemos establecido como límite de este arte su utilidad en medir y contar».^[39] De hecho, mientras que uno se puede imaginar un libro de texto griego centrado en probar las congruencias entre triángulos abstractos, un texto romano típico se centra en cuestiones como determinar el ancho de un río cuando el enemigo ocupa la otra orilla.^[40] Con prioridades matemáticas como ésta, no sorprende que, mientras que la historia griega está repleta de lumbreras matemáticas como Arquímedes, Diofanto, Euclides, Eudoxo, Tales y Pitágoras, los romanos no produjeron ni un solo matemático en el mismo período de mil cien años.^[41] En la cultura romana eran la comodidad y la guerra, y no la verdad y la belleza, lo que ocupaba el centro del escenario. Y, sin embargo, precisamente porque se centraban en lo práctico, los romanos valoraron la comprensión de la probabilidad. De modo que mientras que no valoraban la geometría abstracta, Cicerón escribió que «la probabilidad es la mismísima guía de la vida».^[42]

Cicerón fue quizá el mayor campeón antiguo de probabilidad. Lo utilizó para argumentar en contra de la interpretación común de que el éxito en el juego era debido a intervención divina, escribiendo lo siguiente: «El hombre que juega a menudo en algún momento u otro hará una tirada Venus: es más, de vez en cuando la hará dos veces e incluso tres veces seguidas. ¿Seremos tan débiles de mente entonces para afirmar que tal cosa sucede por la intervención personal de Venus más que por pura suerte?».^[43] Él pensaba que se podía anticipar y predecir un suceso aunque su acontecimiento fuera resultado de suerte ciega. Incluso utilizó un argumento estadístico para ridiculizar la creencia en la astrología. Fastidiado de que, aunque estuviera prohibida en Roma, la astrología estuviera sin embargo tan viva y en forma, Cicerón se dio cuenta de que, el 216 a. C. en Cannas, Aníbal, liderando aproximadamente 50.000 tropas cartaginenses, aplastó el mayor ejército romano, matando 60.000 de sus 80.000 soldados. «¿Todos los romanos que cayeron en Cannas tenían el mismo horóscopo?», preguntó Cicerón. «Sin embargo, todos y cada uno tuvieron el mismo final.»^[44] A Cicerón le hubiera animado saber que un par de miles de años después, la revista británica *Nature* publicaría un estudio científico sobre la validez de las predicciones astrológicas de acuerdo con su conclusión.^[45] El *New York Post*, por otro lado, aconseja hoy en día que como sagitario debo mirar las críticas objetivamente y hacer todos los cambios que parezcan necesarios.

Finalmente, el legado principal de Cicerón en el campo de la aleatoriedad es

el término usado, *probabilis*, que es el origen del término que usamos hoy en día. Pero es el código de ley romano, el Digesto, recopilado por el emperador Justiniano en el siglo VI, el primer documento donde aparece la probabilidad como término técnico habitual.^[46] Para apreciar las aplicaciones romanas del pensamiento matemático a la teoría legal, uno debe entender el contexto: en los tiempos oscuros, la ley romana se basaba en las costumbres de las tribus germánicas. No era bonito. Por ejemplo, tomemos las normas del testimonio. La veracidad de, digamos, un marido negando una aventura amorosa con la fabricante de togas de su mujer se determinaría no por la capacidad del maridito para resistir el interrogatorio severo de un abogado contrario quisquilloso, sino por la capacidad para mantener su historia incluso después de ser pinchado por un hierro calentado al rojo vivo.^[47] (Recuperemos esa costumbre y comprobaremos que numerosos divorcios se arreglarían sin necesidad de ir a juicio.) Y si el defensor dice que el carro nunca trató de parar, pero el testigo experto dice que las huellas de pezuñas muestran que aplicaron sin lugar a dudas los frenos, la doctrina germánica ofrecía una receta sencilla: «Escojamos un hombre de cada grupo para luchar con escudos y lanzas. Quienquiera que pierda es un falso testigo y debe perder su mano derecha».^[48]

En su lugar, o al menos complementando la costumbre de juicio mediante batalla, los romanos buscaron en la precisión matemática un remedio a las deficiencias de su viejo sistema arbitrario. Vista en este contexto, la idea romana de justicia utilizada avanzaba conceptos intelectuales. Reconociendo que la prueba y el testimonio a menudo están en conflicto, y que el mejor método para resolver tales conflictos era cuantificar la inevitable incertidumbre, los romanos crearon el concepto de «media prueba», que se aplicaba en casos en los que no había razón convincente para creer o no creer en la prueba o el testimonio. En algunos casos, la doctrina romana de la evidencia incluía incluso grados más refinados de evidencia, como en el decreto de la Iglesia, estipulando que «un obispo no debería ser condenado excepto con setenta y dos testigos; un sacerdote cardenal excepto con cuarenta y cuatro testigos; un diácono cardenal de la ciudad de Roma sin treinta y seis testigos, un subdecano, acólito, exorcista, profesor, o portero excepto con siete testigos».^[49] Para ser condenado bajo esas normas, no sólo tendrías que cometer el crimen, sino también vender entradas. Aun así, el reconocimiento de que la probabilidad de la verdad en el testimonio puede variar y que las reglas para combinar tales probabilidades son necesarias fue un comienzo. Y fue así como en la insólita sede de la Roma antigua surgió por primera vez un conjunto sistemático de reglas basadas en la probabilidad.

Desafortunadamente es difícil conseguir destreza cuantitativa cuando estamos haciendo malabarismos con XIVs y VIIIs. Al final, aunque la ley romana

tenía cierta racionalidad y coherencia legal, se quedaba corta en validez matemática. En la ley romana, por ejemplo, dos medias pruebas constituían una prueba completa. Eso podría sonar razonable para una mente no acostumbrada al pensamiento cuantitativo, pero dada la familiaridad actual con las fracciones, debemos preguntar: si dos medias pruebas son igual a una certeza completa, ¿qué hacen tres medias pruebas? Según la manera correcta de composición de probabilidades, no sólo dos medias pruebas dan menos de una certeza completa, sino que ningún número finito de pruebas parciales sumará nunca una certeza porque para componer probabilidades no las sumas: las multiplicas.

Eso nos lleva a nuestra siguiente ley, la regla para componer probabilidades. Si dos posibles sucesos A y B son independientes, entonces la probabilidad de que ocurran A y B es igual al producto de sus probabilidades individuales. Imaginemos que una persona casada tiene aproximadamente de media una posibilidad sobre cincuenta de divorciarse cada año. Por otro lado, un policía tiene aproximadamente una posibilidad sobre cinco mil cada año de ser matado en el trabajo. ¿Cuáles son las posibilidades de que un policía casado se divorcie y lo maten el mismo año? Según el principio expuesto arriba, si esos sucesos fueran independientes, las posibilidades serían aproximadamente $1/50$ veces $1/5.000$ que es igual a $1/250.000$. Naturalmente los sucesos no son independientes, están conectados: una vez te mueres, jolín, ya no puedes divorciarte. Y por lo tanto las posibilidades de tanta mala suerte son realmente un poco menos que $1/250.000$.

¿Por qué multiplicamos en lugar de sumar? Supongamos que coleccionas los retratos y descripciones de esos tipos que has conocido a través de su servicio de citas de Internet, aquellos hombres que en las fotografías de su página web se parecen a Tom Cruise pero que en persona más bien recuerdan a Danny de Vito. Supongamos también que en la parte de atrás de cada tarjeta haces una lista de determinados datos de los hombres, como honestidad (sí o no) y atractivo (sí o no). Finalmente, supongamos que una entre diez de las posibles almas gemelas se merece un sí en cada caso. ¿Cuántos paquetes de cien tarjetas pasarán la prueba en ambos escrutinios? Escojamos honesto como primer rasgo (igualmente podríamos escoger atractivo). Como una de cada diez de las tarjetas reza «sí» debajo de honestidad, diez de cada cien tarjetas se clasificarán. De esos diez hombres, ¿cuántos son atractivos? De nuevo, uno entre diez, de modo que te quedas con una tarjeta. El primer «uno entre diez» recorta las posibilidades una décima parte, y así lo hace el segundo uno entre diez, haciendo que el resultado sea de uno entre cien. Ésa es la razón por la que multiplicamos. Y si tiene más requisitos, se tiene que seguir multiplicando, de modo que... en fin, buena suerte.

Antes de cambiar de escenario pongamos especial atención en un detalle importante: la cláusula que dice si los sucesos A y B son independientes. Supongamos que una aerolínea tiene un asiento libre en un vuelo y que todavía tienen que aparecer dos pasajeros. Supongamos que de la experiencia la aerolínea sabe que hay una posibilidad de dos entre tres de que, en efecto, un pasajero que hubiera reservado un asiento llegue para reclamarlo. Utilizando la regla de la multiplicación, pueden concluir que la posibilidad es de dos veces dos tercios, o alrededor del 44%, de que tengan que enfrentarse a un cliente sin asiento descontento. La posibilidad de que ninguno aparezca y tengan que volar con un asiento vacío, por otro lado, es un tercio de veces un tercio, o alrededor del 11%. Pero esto implica que los pasajeros son independientes. Pero si, digamos, los dos pasajeros están viajando juntos, entonces el análisis es incorrecto. Las posibilidades de que los dos aparezcan serán de dos tercios, las mismas posibilidades de que uno aparezca. Es importante recordar que conseguimos la probabilidad compuesta multiplicando a partir de las individuales sólo si los sucesos no están sujetos uno al otro.

La norma que acabamos de aplicar se podría aplicar también a la norma romana de medias pruebas: las posibilidades de que dos medias pruebas independientes sean ambas erróneas son de uno entre cuatro, de modo que dos medias pruebas constituyen tres cuartas partes de una prueba, no una prueba entera. Los romanos sumaban donde debían multiplicar.

Hay situaciones en las que las probabilidades deberían ser sumadas, y ésta es nuestra siguiente ley. Surge cuando quieres saber las posibilidades de que un suceso u otro puedan suceder, al contrario de la situación anterior, en la que queríamos saber las posibilidades de que ocurran un suceso y otro. La ley es ésta: si un suceso puede tener un número de diferentes y posibles resultados, A, B, C, etc., entonces la probabilidad de que sucedan A o B es igual a la suma de las probabilidades individuales de A y B, y la suma de las probabilidades de todos los posibles resultados (A, B, C, etc.) es uno (es decir, el 100%). Cuando queremos saber las posibilidades de que ocurran dos sucesos independientes A y B multiplicamos; si queremos saber las posibilidades de que dos sucesos A o B mutuamente exclusivos ocurran, sumamos. De vuelta a la aerolínea: ¿cuándo deberían sumar las probabilidades en lugar de multiplicarlas? Supongamos que quieren saber las posibilidades de que ambos o ninguno de los pasajeros aparezca. En este caso deberían sumar las probabilidades individuales, que, según lo que hemos calculado más arriba, sería del 55%.

Las leyes que acabo de mencionar, aunque sencillas, constituyen la mayor

parte de las bases de la teoría de probabilidad. Aplicadas adecuadamente, nos pueden ofrecer una mejor comprensión del funcionamiento de la naturaleza y del mundo cotidiano. Las utilizamos en nuestra toma de decisiones diaria continuamente. Pero, como los legisladores romanos, no siempre las usamos correctamente. Es fácil mirar atrás, sacudir la cabeza y escribir libros con títulos como *Esos romanos depravados* (Lectorum Publications, 2000). Pero para no volvernos presuntuosos injustificadamente, terminaremos este capítulo con una mirada a algunas de las aplicaciones en nuestro sistema legal de las leyes básicas que hemos discutido. Resulta que esto es suficiente para desembriagar a cualquier borracho del sentimiento de superioridad.

Las buenas noticias son que no tenemos actualmente medias pruebas. Pero tenemos un tipo de pruebas de 999.999/1.000.000. Por ejemplo, es habitual para los expertos de análisis de ADN testificar que una muestra de ADN extraída de una escena de un crimen se corresponde con la extraída a un sospechoso. ¿Hasta qué punto son seguras estas correspondencias? Cuando se introdujeron por primera vez las pruebas de ADN un grupo de expertos declaró que los falsos positivos no eran posibles en las pruebas de ADN. Los expertos de ADN actuales declaran frecuentemente que las probabilidades de que una persona al azar encaje con la muestra del crimen son inferiores a una en un millón o a una en mil millones. Con estas probabilidades, uno difícilmente podría culpar a un jurado por pensar, tira la llave. Pero existe otra estadística que a menudo no se presenta al jurado: el hecho de que los laboratorios cometen equivocaciones, por ejemplo mediante errores en la recopilación o manipulación, mezcla accidental o intercambio, o mala interpretación o informe incorrecto. Cada uno de estos errores son poco frecuentes, pero no tanto como una coincidencia aleatoria. El Laboratorio del Crimen de la Ciudad de Filadelfia, por ejemplo, admitió recientemente que intercambió la muestra de referencia del acusado y de la víctima en un caso de violación, y una empresa de ensayos llamada Cellmark Diagnostics admitió un error parecido.^[50] Desafortunadamente, el poder de las estadísticas de ADN presentadas en el tribunal es tal que en Oklahoma un tribunal sentenció a un hombre llamado Timothy Durham a tres mil años de cárcel incluso cuando once testigos lo situaban en otro estado en el momento del crimen. Resultó que en el análisis inicial el laboratorio no había logrado separar completamente el ADN del violador y de la víctima en el fluido que examinaron, y la combinación del ADN de la víctima y del verdadero violador produjo un resultado positivo cuando se comparó con el de Durham. Un análisis posterior reveló el error y Durham fue puesto en libertad después de pasar cuatro años en prisión.^[51]

La estimación del índice de error total debido a causas humanas varía, pero

muchos expertos lo sitúan alrededor del 1%. No obstante, debido a que el índice de error en muchos laboratorios no se ha medido nunca específicamente, los tribunales a menudo no permiten una declaración sobre esta estadística global. Incluso si los tribunales permitieran la declaración respecto a falsos positivos, ¿cómo lo valoraría el jurado? La mayoría de jueces asumen que, dados los dos tipos de error —la coincidencia accidental una entre mil millones, y la coincidencia errónea de laboratorio una entre cien—, el índice de error total debe estar en algún lugar intermedio, digamos que una entre quinientos millones, que está todavía para la mayoría de jueces dentro de una duda razonable. Pero utilizando las leyes de la probabilidad, encontramos una respuesta muy diferente.

El modo de pensar sobre esto es el siguiente: ya que ambos errores son muy improbables, podemos ignorar la posibilidad de que haya un error de coincidencia accidental y un error de laboratorio, de modo que buscamos la probabilidad de que un error u otro sucedan. Ésta la proporciona nuestra regla de la suma: es la suma de la probabilidad del error de laboratorio (una entre cien) y la probabilidad de una coincidencia accidental (una entre mil millones). Debido a que la segunda es diez millones de veces más pequeña que la primera, constituye una buena aproximación decir que la posibilidad de ambos errores es la misma que la posibilidad del error más probable, una entre cien. Dadas las dos causas posibles, por tanto, deberíamos ignorar la declaración experta y elegante sobre las probabilidades de coincidencias accidentales y, en cambio, centramos solamente en el mayor índice de error del laboratorio, ¡los mismísimos datos que el tribunal a menudo no permite presentar a los abogados! Y, por eso, las afirmaciones a menudo repetidas sobre la infalibilidad del ADN son exageradas.

Ésta no es una cuestión aislada: ¡la utilización de las matemáticas en el sistema legal moderno sufre problemas no menos serios que aquellos que surgieron en Roma hace tantos años! Uno de los casos más famosos que ilustran el uso y mal uso de la probabilidad en la ley es el caso del pueblo contra Collins, un caso visto en 1968 por el Tribunal Supremo de California.^[52] A continuación expongo los hechos del caso tal y como se presentaron en el fallo del Tribunal Supremo:

El 18 de junio de 1964, sobre las 11.30 de la mañana, la señora Juanita Brooks, que había estado comprando, iba andando hacia su casa por un callejón en la zona de San Pedro de la ciudad de Los Ángeles. Estaba arrastrando una bolsa de viaje en forma de cesta de mimbre que contenía comestibles y tenía su bolso encima de los paquetes. Para arrastrar su bolsa, empleaba una caña. Cuando se paró para recoger un tetrabrick vacío, fue repentinamente empujada al suelo por una persona a la que ni vio ni oyó acercarse. Quedó aturdida por la caída y sentía algún dolor. Pudo

arreglárselas para alzar la vista y vio a una mujer joven huyendo del lugar. Según la señora Brooks, esta última parecía pesar unas 145 libras, vestía «algo oscuro» y su pelo era de color «entre rubio oscuro y rubio claro», pero más claro que el de la acusada Janet Collins como apareció en el proceso. Inmediatamente después del accidente, la señora Brooks descubrió que su bolso, que contenía entre 35 y 40 dólares, no estaba.

Aproximadamente a la misma hora en que tenía lugar el robo, John Bass, que vivía en la calle al final del callejón, regaba el césped de su casa. Atrajo su atención «un montón de lloros y gritos» que venían del callejón. Cuando miró en esa dirección, vio a una mujer que salía corriendo del callejón y entraba en un automóvil amarillo aparcado en la calle delante de él. No fue capaz de dar la marca del coche. El coche se puso en camino de inmediato y movió completamente otro coche aparcado de modo que en la estrecha calle pasó a menos de seis pies de Bass. Éste vio que el conductor era un varón negro, con bigote y barba. Otros testigos describieron de diversas formas el coche como amarillo, amarillo con capota de color crudo y amarillo con capota de color cáscara de huevo. También se describió el coche como de tamaño de mediano a grande.

Unos días después del incidente un policía de Los Ángeles vio un Lincoln amarillo con una capota de color hueso enfrente de la casa de los acusados, explicó a éstos que estaba investigando un robo. Se dio cuenta que ambos sospechosos encajaban con la descripción del hombre y de la mujer que habían cometido el crimen, excepto en que el hombre no llevaba barba, aunque admitió que de vez en cuando se la dejaba crecer. Ese mismo día, más tarde, la policía de Los Ángeles arrestó a los dos sospechosos, Malcolm Ricardo Collins y su mujer Janet.

Las pruebas contra la pareja eran escasas y el caso se apoyaba en la identificación por parte de la víctima y el testigo, John Bass. Desafortunadamente para la acusación, ninguno de los dos demostró ser una estrella en el estrado. La víctima no podía identificar a Janet como la perpetradora y no había visto al conductor. Por su parte, John Bass no vio a la delincuente, y dijo en la rueda de reconocimiento de la policía que no podía identificar positivamente a Malcolm Collins como el conductor. Y de este modo, parecía, el caso estaba desbaratándose.

Entra el testigo estrella, descrito en la opinión del Tribunal Supremo sólo como un «instructor de matemáticas en un instituto estatal de formación profesional». Este testigo declaró que el hecho de que los acusados fueran «una mujer caucásica con cola de caballo rubia relacionada con un negro con barba y bigote que conducía un automóvil parcialmente amarillo» era suficiente para

condenar a la pareja. Para ilustrar su argumento la acusación presentó esta tabla, citada aquí textualmente del fallo del Tribunal Supremo:

Característica Probabilidad Individual Automóvil parcialmente amarillo 1/10 Hombre con bigote 1/4 Hombre negro con barba 1/10 Mujer con cola de caballo 1/10 Mujer rubia 1/3 Pareja interracial en coche 1/1.000El instructor de matemáticas llamado por la acusación dijo que a estos datos se aplicaba la regla del producto. Multiplicando todas las probabilidades uno concluye que las posibilidades de que una pareja encaje con todas esas características distintivas es de una entre doce millones. Por consiguiente, dijo, uno podría deducir que las posibilidades de que la pareja fuera inocente eran de una entre doce millones. Entonces la acusación señaló que estas probabilidades individuales eran estimativas, e invitaba a los miembros del jurado a proporcionar sus propias conjeturas y hacer entonces los cálculos matemáticos. Él mismo, dijo, creía que eran estimaciones conservadoras, y que la probabilidad que se obtenía utilizando los factores que él había asignado eran más bien de una entre un millón. El jurado se lo tragó y condenó a la pareja.

¿Qué falla en este cuadro? Primero, como hemos visto, para encontrar una probabilidad compuesta mediante multiplicación de las probabilidades componentes las categorías tienen que ser independientes, y en este caso claramente no lo son. Por ejemplo, la tabla cita la posibilidad de observar un «negro con barba» como 1/10, y un «hombre con bigote» como 1/4. Pero la mayoría de hombres con barba también llevan bigote, de modo que si observamos a un «hombre negro con barba» las posibilidades ya no son 1/4 de que la persona que observamos lleve bigote: son mucho mayores. Esa cuestión se puede remediar si eliminamos la categoría «hombre negro con barba». Si hacemos eso, el producto de las probabilidades cae a aproximadamente una entre un millón.

Existe otro error en el análisis: la probabilidad relevante no es la indicada más arriba, esto es, la probabilidad de que una pareja seleccionada al azar encaje con la descripción de los sospechosos. La probabilidad relevante es más bien la posibilidad de que una pareja que encaje con todas estas características sea la pareja culpable. La primera es una entre un millón. En cuanto a la segunda, el tribunal señaló que la población del área colindante al crimen era de varios millones, de modo que podríamos esperar razonablemente que hubiera dos o tres parejas en la zona que encajarían con la descripción. En ese caso la probabilidad de que una pareja que encajase con la descripción fuera culpable, basándonos únicamente en esta evidencia (que es bastante más de lo que tenía la acusación), sólo es de una entre dos o tres. Apenas va más allá de una duda razonable. Por estos motivos, el tribunal anuló la condena de los Collins.

La utilización de la probabilidad y la estadística en las salas de justicia modernas todavía es un tema controvertido. En el caso Collins, el Tribunal Supremo de California se burló de lo que se llamó «proceso por matemáticas», aunque dejó la puerta abierta a otras «aplicaciones más correctas de las técnicas matemáticas». En los años subsiguientes los tribunales raras veces consideraron argumentos matemáticos, pero incluso cuando los abogados y jueces no citan explícitamente probabilidades o teoremas matemáticos, a menudo utilizan este tipo de razonamiento, igual que lo hacen los jurados cuando sopesan las evidencias. Además, los argumentos estadísticos se están haciendo cada vez más importantes debido a la necesidad de valorar las pruebas de ADN. Desafortunadamente, con esta importancia creciente no ha crecido la comprensión, ya sea por parte de los abogados, jueces o jurados. Como expresó Tom Lyon, que enseña probabilidad y leyes en la Universidad de Southern California, «pocos estudiantes siguen un curso de la probabilidad en las leyes, y pocos abogados sienten que haya un sitio para éste».^[53] En leyes, como en otros campos, la comprensión de la aleatoriedad puede revelar capas ocultas de verdad, pero sólo a aquellos que posean las herramientas para descubrirlas. En el capítulo siguiente consideraremos la historia del primer hombre que estudió sistemáticamente esas herramientas.

Hallar tu camino a través de un espacio de posibilidades

En los años anteriores a 1576 se podía encontrar en las calles de Roma a un anciano curiosamente vestido deambulando con un andar extraño e irregular y gritando de vez en cuando, si bien nadie parecía escucharle. Había sido una vez célebre en toda Europa, un famoso astrólogo, físico de los nobles de la corte y catedrático de medicina en la Universidad de Pavía. Había creado inventos perdurables que incluían un precursor de la cerradura de combinación y la junta universal que todavía se emplea hoy en los automóviles. Había publicado 131 libros sobre tópicos de la filosofía, medicina, matemáticas y ciencia. Pero en 1576 era un hombre con pasado aunque sin futuro, viviendo en la oscuridad y en una pobreza abyecta. A finales de verano de ese año se sentó en su escritorio y escribió sus últimas palabras, una oda a su hijo favorito, el mayor, que había sido ejecutado dieciséis años antes a la edad de veintiséis. El viejo hombre murió el 20 de septiembre a pocos días de su setenta y cinco cumpleaños. Había sobrevivido a dos de sus tres hijos; tras su fallecimiento, el hijo superviviente fue empleado por la Inquisición como torturador profesional. El trabajo era una recompensa por haber proporcionado pruebas en contra de su padre.

Antes de su muerte, Gerolamo Cardano quemó 170 manuscritos inéditos.^[54] Aquellos que escudriñaron sus posesiones encontraron 111 que habían sobrevivido. Uno, escrito décadas antes pero que por su aspecto parecía haber sido revisado a menudo, era un tratado de 32 capítulos cortos titulado *El libro sobre los juegos de azar*, el primer libro escrito sobre la teoría del azar. Las personas han estado jugando y arreglándose las con otras incertidumbres durante miles de años. ¿Puedo cruzar el desierto antes de morir de sed? ¿Es peligroso quedarme debajo del acantilado mientras la tierra se agita de este modo? ¿Significa esa sonrisa de la chica de las cavernas a la que le gusta pintar búfalos en las rocas que le gusta? Sin embargo, hasta que llegó Cardano nadie había conseguido un análisis razonado del recorrido

que toman los juegos u otros procesos inciertos. La nueva percepción de Cardano de cómo trabaja el azar venía expresada en un principio que llamaremos la «ley del espacio muestral». La ley del espacio muestral representó una nueva idea y una nueva metodología que ha formado las bases de la descripción matemática de la incertidumbre en los siglos venideros. Es una metodología sencilla, una ley del azar análoga a la idea de poner al día la cartilla del banco. No obstante, con este método adquirimos la capacidad de aproximamos sistemáticamente a muchos problemas que de lo contrario resultarían completamente confusos. Para ilustrar tanto el uso como el poder de la ley consideraremos un problema que, aunque fácil de plantear y que no requiere de las matemáticas avanzadas, probablemente ha confundido a más gente que ningún otro en la historia de la aleatoriedad.

Tal y como funcionan las columnas de los periódicos, la columna «Pregunta a Marilyn» de *Parade Magazine* tiene que ser considerada un estupendo éxito. Distribuida en 350 periódicos y con una circulación combinada de casi 36 millones, la columna de preguntas y respuestas se originó en 1986 y todavía está creciendo. Las preguntas pueden ser tan instructivas como las respuestas, una encuesta (no científica) de lo que está en la mente de Estados Unidos. Por ejemplo,

cuando el mercado de valores cierra al final del día, ¿por qué todo el mundo se queda por ahí sonriendo y aplaudiendo sin importar si los valores están arriba o abajo? Una amiga está embarazada de gemelos sabiendo que son mellizos: ¿cuáles son las posibilidades de que al menos uno de los bebés sea una niña? Cuando conduces junto a una mofeta muerta en la carretera, ¿por qué tardamos unos diez segundos en olería? Supongamos que realmente no aplastas a la mofeta con el coche.

Aparentemente, los estadounidenses son gente muy práctica. De lo que tenemos que damos cuenta es de que cada una de las preguntas tiene un determinado componente científico o matemático, una característica de muchas de las preguntas contestadas en la columna.

Uno se puede preguntar, especialmente si sabe un poco de matemáticas y ciencia, «¿quién es esta gurú Marilyn?». Bien, Marilyn es Marilyn vos Savant, famosa por aparecer en el Salón de la Fama del Libro Guinness de los Récords como la persona con el coeficiente intelectual más alto (228). También es famosa por estar casada con Robert Jarvik, inventor del corazón artificial Jarvik. Pero de vez en cuando la gente famosa, a pesar de sus logros, es recordada por algo que desearía que no hubiese pasado nunca («No tuve sexo con esa mujer»). Ese puede ser el caso de Marilyn, que es sumamente famosa por su respuesta a la pregunta que apareció en su columna un domingo de septiembre de 1990 (he alterado la redacción

ligeramente):^[55]

Supongamos que a los concursantes de un programa-concurso se les da la oportunidad de escoger entre tres puertas. Detrás de una puerta hay un coche; detrás de las otras, cabras. Después de que un concursante elija una puerta, el presentador, que sabe qué hay detrás de las otras puertas, abre una de ellas, que esconde una cabra. Entonces pregunta al concursante: «¿Quieres cambiar tu elección por la otra puerta no abierta?». ¿Es una ventaja para el concursante hacer el cambio?

La pregunta estaba inspirada en el funcionamiento de un programa de televisión, «Let's make a deal»,^[56] que funcionó de 1963 a 1990. La atracción principal del programa era su atractivo y amable presentador, Monty Hall, y su ayudante, Carol Cerril, una antigua miss Azusa (California) de 1957 provocadoramente vestida.

Tuvo que ser bastante sorprendente para los creadores del *show* que, después de emitir 4.500 programas durante 28 años, fuera esta pregunta de probabilidad matemática su legado principal. La razón de que esta cuestión haya inmortalizado tanto a Marilyn como a «Let's take a deal» es la vehemencia con la que los lectores de Marilyn vos Savant respondieron a esa columna. Después de todo, parece ser una pregunta bastante tonta. Hay dos puertas disponibles: abres una y ganas, abres la otra y pierdes, de modo que parece evidente que, cambies tu elección o no, tus posibilidades de ganar son del 50%. ¿Qué podría ser más sencillo?

La cuestión es que Marilyn dijo en su columna que es mejor cambiar. A pesar del letargo largamente anunciado del público cuando se tocan temas matemáticos, los lectores de Marilyn reaccionaron como si hubiera recomendado devolver California a México. Su negativa a lo obvio le provocó una avalancha de correo, 10.000 cartas según su estimación.^[57] Si preguntamos a los estadounidenses si están de acuerdo con la afirmación de que las plantas crean el oxígeno del aire, que la luz viaja más rápidamente que el sonido, o que no puedes hacer que la leche esté a salvo de la radioactividad hirviéndola, obtendremos un desacuerdo de dos dígitos en cada caso (13%, 24% y 35%, respectivamente).^[58] Pero en esta cuestión, los estadounidenses se mostraron unidos: el 92% coincidía en que Marilyn estaba equivocada.

Muchos lectores parecían sentirse defraudados. ¿Cómo podía una persona en la que confiaban en un rango tan amplio de temas estar confundida por una pregunta tan sencilla? ¿Fue su error un símbolo de la lamentable ignorancia de los estadounidenses? Escribieron casi mil doctores, muchos de ellos profesores de

matemáticas, que parecían estar especialmente furiosos.^[59] «La jodiste», escribió un matemático de la Universidad George Mason.

Deja que me explique: si se enseña una puerta perdedora, esa información cambia la probabilidad de cualquier elección mantenida, ninguna de las cuales tiene ninguna razón para ser más probable a $1/2$. Como matemático profesional, estoy muy preocupado por la falta de habilidad matemática del público general. Por favor, ayuda confesando tu error y, en el futuro, sé más prudente.

De la Universidad Estatal Dickinson llegó: «Estoy conmocionado después de haber sido corregido por al menos tres matemáticos, tú todavía no ves tu error». De Georgetown: «¿Cuántos matemáticos furiosos se necesitan para cambiar tu opinión?». Y desde el U.S. Army Research Institute afirmaron: «Si todos esos doctores están equivocados, el país se encontraría en serios problemas». Las respuestas continuaron llegando en cantidades tan grandes y durante tanto tiempo que, después de dedicar bastante espacio de su columna al tema, Marilyn decidió no abordarlo más.

Los doctores del ejército podrían haber tenido razón al afirmar que si todos esos doctores estuvieran equivocados sería una señal de problemas. No sólo en Estados Unidos. El problema hizo su camino hacia los Países Bajos, por ejemplo, en 1995, y causó un escándalo similar que tuvo como escenario el periódico *NRC-Handelsblad*. Pero Marilyn tenía razón, y todos esos matemáticos estaban equivocados. Cuando se le hablaba sobre esto, el húngaro Paul Erdős, uno de los matemáticos más destacados del siglo XX, decía: «Eso es imposible». Entonces, cuando se le presentaba una prueba matemática formal de la respuesta correcta todavía no se lo creía, y en cambio se enfadaba más. Sólo después de que un colega organizara una simulación por ordenador donde Erdős observó cientos de pruebas que favorecían el cambio dos a uno, Erdős aceptó que estaba equivocado.^[60]

¿Cómo puede ser que algo que parece tan obvio sea erróneo? Como expresó un profesor especializado en probabilidad y estadística: «Nuestros cerebros sencillamente no están conectados para hacer muy bien los problemas de probabilidad...».^[61] El gran físico americano Richard Feynman una vez me dijo que nunca pensase que había entendido un trabajo en física si todo lo que había hecho era leer la derivación de algún otro. La única manera de entender realmente una teoría, dijo, era aprobarlo tú mismo (¡o quizá refutarla!). Para aquéllos de nosotros que no somos Feynman, refutar el trabajo de otras personas es un buen modo de acabar desocupado y ejerciendo nuestras habilidades matemáticas como cajeros en el Home Depot.^[62] Pero el problema de Monty Hall es uno de esos que se pueden

resolver sin ningún conocimiento matemático especializado. No necesitas cálculo, geometría, álgebra, ni siquiera anfetaminas que, según se cuenta, Erdős tomaba^[63] (dice la leyenda que, una vez, después de dejarlo durante un mes, comentó: «Antes, cuando miraba a un trozo de papel en blanco mi mente estaba llena de ideas. Ahora todo lo que veo es un trozo de papel en blanco»). Todo lo que necesitas es una comprensión básica de cómo funciona la probabilidad, y la ley del espacio muestral, un marco para analizar situaciones al azar que fue plasmado por vez primera en papel en el siglo XVI por Gerolamo Cardano.

Gerolamo Cardano no fue rebelde por romper con el entorno intelectual europeo del siglo XVI. Para Cardano, el aullido de un perro presagiaba la muerte de un ser querido, así como unos pocos cuervos graznando en el tejado anunciaban que una grave enfermedad iba en camino. Creía como el que más en el destino, en la suerte y en ver el futuro en el alineamiento de los planetas y las estrellas. Sin embargo, si hubiese jugado a póquer, no lo habrías encontrado buscando una carta para hacer una escalera. Para Cardano, el juego era su segunda naturaleza, su sentimiento por él estaba en sus tripas, no en su cabeza, y por eso su comprensión de las relaciones matemáticas entre los resultados aleatorios posibles en un juego trascendió su creencia de que, debido al destino, cualquier comprensión mejor es inútil. El trabajo de Cardano también trascendió el estado primitivo de las matemáticas en su época, ya que a principios del siglo XVI el álgebra e incluso la aritmética estaban todavía en la Edad de Piedra, antes, incluso, de la invención del signo de igualdad.

La historia tiene mucho que decir sobre Cardano, basada tanto en su autobiografía como en los escritos de algunos de sus contemporáneos. Algunos de los escritos son contradictorios, pero una cosa está clara: nacido en 1501, Gerolamo Cardano no era un niño por el que hubierámos apostado. Su madre, Chiara, despreciaba a los niños, aunque —o quizá porque— ya tenía tres hijos varones (de otro padre). Baja de estatura, corpulenta, de temperamento fuerte y promiscua, cuando se quedó embarazada de Gerolamo preparó una especie de píldora del día después del siglo XVI. Se bebió un brebaje de ajeno, cebada quemada y raíz de tamarisco en un intento de abortar. El brebaje enfermó a Chiara, pero Gerolamo siguió como si nada, perfectamente contento con cualquier metabolito que el mejunje dejara en el torrente sanguíneo de su madre. Otros intentos toparon con un fracaso similar.

Chiara y el padre de Gerolamo, Fazio, no estaban casados pero actuaban como un matrimonio: eran conocidos por sus múltiples y fuertes disputas. Un mes antes de que naciera Gerolamo, Chiara dejó su casa en Milán para vivir con su hermana

en Pavía, veinte millas al sur. Gerolamo vio la luz después de tres días de doloroso trabajo. Una mirada al bebé, y Chiara debía haber pensado que se libraría de él después de todo. Parecía frágil y, peor aún, estaba callado. La comadrona de Chiara predijo que moriría antes de una hora. Pero si Chiara estaba pensando que ya era hora, tuvo que desengañarse una vez más ya que la nodriza del bebé lo remojó en una bañera de vino templado y Gerolamo se recuperó. La buena salud del bebé sólo duró unos pocos meses, pues él, su niñera y sus tres hermanos enfermaron de peste. La peste negra, como se llamó a la peste desde aproximadamente 1550, es realmente una combinación de pestes bubónica, neumónica y septicémica. Cardano contrajo la bubónica, la más común, llamada así por los bubones, tumefacciones dolorosas del tamaño de huevos en los nodos linfáticos. La esperanza de vida, una vez se manifestaban los síntomas, era de aproximadamente una semana.

La peste negra entró por primera vez en Europa a través de un puerto en el noreste de Sicilia, transportada por una flota genovesa que volvía de Oriente.^[64] La flota fue rápidamente puesta en cuarentena y toda la tripulación murió a bordo del barco, pero no las ratas, que se fueron corriendo a tierra, llevando tanto la bacteria como las pulgas que la propagarían. El consiguiente brote mató entre el 25% y el 50% de la población de Europa. Las epidemias sucesivas siguieron llegando y dominaron a la población europea durante siglos. 1501 fue un mal año para la peste en Italia. La niñera de Gerolamo y sus tres hermanos murieron. El bebé afortunado, Gerolamo, se libró y quedó desfigurado, con verrugas en la nariz, frente, mejillas y barbilla. Estaba destinado a vivir otros setenta y cinco años. A lo largo del camino hubo mucha discordia y, para el joven Gerolamo, muchas y buenas palizas.

El padre de Gerolamo, Fazio, tenía algo de listo. Amigo de Leonardo da Vinci durante algún tiempo, era de profesión geómetra, una dedicación que nunca ha proporcionado grandes sumas de dinero en efectivo, y la situación no era mejor en 1501. Fazio tenía problemas a menudo para pagar el alquiler, de modo que abrió un negocio de consultoría, que proporcionaba asesoramiento a los aristócratas sobre leyes y medicina. Esa empresa acabó prosperando, ayudada por la afirmación de Fazio de que descendía de un hermano de un tipo llamado Godofredo de Milán, más conocido como el papa Celestino IV. Cuando Gerolamo cumplió los cinco años, su padre lo incorporó al negocio, por llamarlo de alguna manera. Ató con correas una cesta en la espalda de Gerolamo, atiborrada de libros legales y médicos, y empezó a arrastrar al joven a reuniones con sus clientes por toda la ciudad. Gerolamo escribiría más adelante que «De tanto en tanto, mientras andábamos por las calles mi padre me ordenaba que parase mientras abría un libro y, utilizando mi cabeza como mesa, leía algún pasaje, empujándome entre tanto con su pie para mantenerme inmóvil si me cansaba del enorme peso».^[65]

Durante su adolescencia, Gerolamo se enamoró del juego. En 1516 había decidido que su mejor oportunidad estaba en el campo de la medicina, y anunció que quería dejar la casa familiar, entonces en Milán, y volver a Pavía, para estudiar allí. Fazio quería que estudiara derecho, porque así podría tener acceso a un estipendio anual de cien coronas. Después de una enorme pelea familiar Fazio cedió, pero sus reticencias no desaparecieron, sin el estipendio, ¿cómo se mantendría Gerolamo en Pavía? Empezó a ahorrar el dinero ganado leyendo horóscopos y dando clases particulares de geometría, alquimia y astronomía. Pero en algún momento del camino se dio cuenta de que tenía talento para el juego, un talento que lo llevaría a ganar dinero mucho más rápidamente que con cualquier otro medio.

Para toda persona interesada por el juego en la época de Cardano, cada ciudad era Las Vegas. En las cartas, los dados, el Backgammon, e incluso el ajedrez, las apuestas volaban en cualquier sitio. Cardano clasificó estos juegos en dos tipos, aquellos que implicaban alguna estrategia o habilidad, y aquellos gobernados por pura suerte. En juegos como el ajedrez Cardano se arriesgaba a ser derrotado por algún Bobby Fisher del siglo XVI. Pero apostando en la caída de un par de pequeños cubos, sus posibilidades eran tan buenas como las de cualquier otro. Y, sin embargo, en esos juegos tenía una ventaja, porque descubrió que desarrollaba una comprensión de las probabilidades de ganar en varias situaciones mejor que la de cualquiera de sus oponentes. Y por tanto, para su entrada en el mundo de las apuestas, Cardano se dedicó a los juegos de pura suerte. Poco después había reservado más de mil coronas para su educación, más del valor de una década del estipendio que su padre quería para él. En 1520 finalmente se registró como estudiante en Pavía. Poco después, empezó a escribir su teoría del juego.

Viviendo cuando lo hizo, Cardano tenía la ventaja de que muchas cosas que habían sido chino para los griegos y para los romanos resultaban comprensibles para la gente de su propia época. Y es que los hindúes habían dado los primeros largos pasos para utilizar la aritmética como una herramienta poderosa. Fue en esa cultura donde se desarrolló la notación posicional en base diez, que se hizo estándar alrededor del 700 d. C.^[66] Los hindúes también hicieron grandes progresos en la aritmética de las fracciones, algo crucial en el análisis de probabilidades, ya que las posibilidades de que algo pase son siempre inferiores a uno. Este conocimiento hindú fue recogido por los árabes y finalmente llevado a Europa. Entonces, las primeras abreviaciones, *p* por *plus* y *m* por *minus*, provenían del siglo XV. Los símbolos + y - fueron introducidos durante el mismo período por los germanos, pero sólo para indicar exceso y defectos de pesos de los cofres. Esto permite comprender algunos de los retos a los que Cardano se enfrentó; por ejemplo, el signo = no existía todavía, sino que sería inventado en 1557 por Robert Recorde de Cambridge, quien,

inspirado por la geometría, observó que no podía haber cosas más parecidas que las líneas paralelas, y por lo tanto decidió que las líneas paralelas deberían denotar igualdad. Y el símbolo \times para la multiplicación no llegó hasta el siglo XVII, debido a un ministro episcopal, William Oughtred, quien, hasta que llegó la calculadora electrónica, fue famoso como el inventor de la regla de cálculo.

El libro de los juegos de azar de Cardano, comprende juegos de cartas, dados, Backgammon y astrágalo. El libro no es perfecto. En sus páginas se refleja el carácter de Cardano, sus locas ideas, su temperamento salvaje, la pasión con la que abordaba cada empresa, así como la turbulencia de la vida y la época de Cardano. El libro solamente considera procesos, como el lanzamiento de un dado o el reparto de un naípe, en los que un resultado es tan probable como otro. Y en algunos puntos Cardano los coge erróneamente. Sin embargo, *El libro de los juegos de azar* representa una suerte de puente, el primer éxito en la búsqueda humana por comprender la naturaleza de la incertidumbre. Y su método de atacar cuestiones del azar es asombroso no sólo por su poder, sino también por su simplicidad.

No todos los capítulos del libro de Cardano tratan temas técnicos. Por ejemplo, el capítulo 26 se titula «¿Aquellos que enseñan bien también juegan bien?» (concluye: «Parece una cosa distinta saber y ejecutar...»). El capítulo 29 se denomina «Sobre el carácter de los jugadores» («Hay algunos que con muchas palabras se impulsan tanto a sí mismos como a otros a partir de sensaciones apropiadas...»). Hasta el momento, parece más «Dear Abby»^[67] que «Pregunta a Marilyn». Pero entonces está el capítulo 14, titulado «Sobre puntos combinados (Posibilidades)». En el capítulo 14 Cardano expone lo que él llama «una regla general», nuestra ley del espacio muestral.

La expresión espacio muestral se refiere a la idea de que la serie de posibles resultados de un proceso aleatorio se puede pensar como un tipo de espacio. En casos sencillos, el espacio puede constar de sólo unos pocos puntos, pero en situaciones más complejas puede ser un continuo como el espacio en que vivimos. Cardano, sin embargo, no lo llamaba espacio: la noción de que un grupo de números podría formar un espacio apareció un siglo después, con el genio de Descartes, su invención de las coordenadas, y su unificación del álgebra y geometría.

En lenguaje moderno la regla de Cardano se lee de este modo: supongamos un proceso aleatorio que tiene muchos resultados igualmente probables, algunos favorables (es decir, ganar), algunos desfavorables (perder). Entonces la probabilidad de obtener un resultado favorable es igual a la proporción de resultados que son favorables. El conjunto de todos los posibles resultados se

denomina espacio muestral. En otros términos, si un dado puede descansar en cualquiera de las seis caras, esos seis resultados forman el espacio muestral, y si haces una apuesta en, digamos dos de ellos, tus posibilidades de ganar son de 2 sobre 6.

Detengámonos en la suposición de que todos los resultados son igualmente probables. Obviamente, eso no siempre es verdad. El espacio muestral de observar el peso de adulta de Oprah Winfrey va (históricamente) de 145 a 237 libras, y con el paso del tiempo todos los intervalos de peso no han resultado igualmente probables.^[68] La complicación de que las diferentes posibilidades tengan diferentes probabilidades se puede considerar asociando las probabilidades apropiadas con cada posible resultado, es decir, mediante un recuento meticuloso. Pero por ahora examinaremos los ejemplos en los que los resultados son igualmente probables, como los que analizó Cardano.

La potencia de la regla de Cardano va de la mano de determinadas sutilezas. Una recae en el significado del término «resultados». Aún en el siglo XVIII el famoso matemático francés D'Alembert, autor de varios trabajos sobre probabilidad, empleó mal el concepto cuando analizó el lanzamiento de dos monedas.^[69] El número de caras que salen en esos dos lanzamientos puede ser cero, uno o dos. Ya que hay tres resultados, pensó D'Alembert, las posibilidades de cada lanzamiento dado deben de ser de una entre tres. Basándose en este razonamiento, para hacer el juego justo (significa esto que ningún apostador o corredor de apuestas tiene ventaja), D'Alembert habría tenido que ofrecer tres puntos de ventaja a uno (esto es, si apuestas una moneda y ganas, te llevarás tres monedas). Pero D'Alembert estaba equivocado.

Una de las deficiencias del trabajo de Cardano fue que no hizo un análisis sistemático de las diferentes maneras en que podrían producirse una serie de sucesos, como los lanzamientos de una moneda. Como veremos en el próximo capítulo, eso no se hizo hasta el siguiente siglo. Sin embargo, una secuencia de dos lanzamientos de monedas es tan sencilla que los métodos de Cardano son aplicados fácilmente. La clave es darse cuenta de que los posibles resultados del vuelo de la moneda son los datos que describen cómo se posan las dos monedas, no el número total de caras calculadas a partir de los datos, como en el análisis de D'Alembert. En otros términos, no deberíamos considerar 0, 1 o 2 caras como los posibles resultados, sino las secuencias (cara, cara), (cara, cruz), (cruz, cara) y (cruz, cruz). Éstas son las cuatro posibilidades que componen el espacio muestral.

El siguiente paso, según Cardano, es clasificar los resultados, catalogando el

número de caras que podemos recoger de cada una. Sólo uno de los cuatro resultados —(cara, cara)— da dos caras. Asimismo, sólo (cruz, cruz) da cero caras. Pero si queremos una cara, entonces dos de los resultados son favorables: (cara, cruz) y (cruz, cara). Y por lo tanto el método de Cardano demuestra que D’Alembert estaba equivocado: las posibilidades son del 25% para cero o dos caras, pero del 50% para una cara. Si Cardano hubiera puesto su dinero en «una cara» en tres a uno, habría perdido sólo la mitad de las veces, pero habría triplicado su dinero la otra mitad, una gran oportunidad para un crío del siglo XV tratando de ahorrar dinero para la universidad, y todavía hoy, si puedes encontrar a alguien ofreciéndolo.

Un problema relacionado que a menudo se enseña en los cursos de probabilidad elemental es el problema de las dos hijas, parecido a una de las cuestiones que citamos de la columna «Pregunta a Marilyn». Supongamos que una madre está embarazada de gemelos mellizos, y quiere saber las probabilidades de tener dos niñas, un niño y una niña, *etc.* El espacio muestral consiste en todas las posibles listas de los sexos de los hijos por orden de nacimiento: (niña, niña), (niña, niño), (niño, niña), (niño, niño). Es el mismo espacio muestral que el problema del lanzamiento de las monedas excepto por el nombre de los puntos: «cara» se hace «niña» y «cruz» se hace «niño». Los matemáticos tienen un nombre extravagante para denominar esa situación en la que un problema es realmente otro disfrazado: lo llaman un isomorfismo. Cuando encontramos un isomorfismo a menudo significa que nos hemos ahorrado un montón de trabajo. En este caso significa que podemos estimar las posibilidades de que ambos hijos sean niñas exactamente del mismo modo en que estimamos las posibilidades de dos caras en el problema del lanzamiento de las monedas y, por lo tanto, sin ni siquiera hacer el análisis sabemos que la respuesta es la misma: 25%. Ahora podemos contestar la pregunta formulada en la columna de Marilyn: la posibilidad de que al menos uno de los bebés sea una niña es la posibilidad de que ambos bebés sean niñas más la posibilidad de que sólo uno sea una niña, es decir, 25% más 50%, que es 75%.

En el problema de las dos hijas, se hace normalmente una pregunta adicional: ¿cuáles son las posibilidades, dado que uno de los hijos es una hija, de que ambos hijos sean hijas? Uno puede razonar de este modo: ya que está dado que uno de los hijos es una hija, sólo queda un hijo al que mirar; la posibilidad de que ese hijo sea una hija es del 50%; la posibilidad de que ambos hijos sean hijas es por tanto del 50%.

Eso no es correcto. ¿Por qué? Aunque la exposición del problema dice que un hijo es una hija, no dice cuál, y esto cambia las cosas. Y si eso suena confuso, está bien, porque proporciona una buena ilustración del poder del método de Cardano,

lo que hace claro el razonamiento.

La nueva información acerca de que «uno de los hijos es una hija» significa que estamos eliminando considerar la posibilidad de que ambos hijos sean hijos. Y por lo tanto, utilizando el enfoque de Cardano, eliminamos el posible resultado (niño, niño) del espacio muestral. Eso deja solamente tres resultados en el espacio muestra: (niña, niño), (niño, niña) y (niña, niña). De éstos, sólo (niña, niña) es el resultado favorable (es decir, ambos hijos son hijas), de modo que las posibilidades de que ambos hijos sean hijas son de una entre tres, o del 33%. Ahora podemos ver por qué importa que la exposición del problema no especificase qué hijo era una hija. Por ejemplo, si el problema hubiera preguntado por las posibilidades de dos chicas, dado que el primer hijo es una hija, entonces habríamos eliminado ambos (niño, niño) y (niño, niña) del espacio muestral, y las probabilidades habrían sido de una entre dos, o del 50%.

Uno tiene que dar crédito a Marilyn vos Savant, no sólo por intentar elevar la comprensión del público de la probabilidad elemental, sino también por tener el coraje de continuar publicando tales preguntas, incluso después de su frustrante experiencia Monty Hall. Terminaremos esta discusión con otra pregunta también sacada de su columna, ésta de marzo de 1996:

Mi padre oyó esta historia en la radio. En la Universidad de Duke, dos estudiantes habían obtenido sobresaliente en química todo el semestre. Pero una noche antes del examen final, estaban de fiesta en otro estado y volvieron a Duke cuando el examen ya había terminado. Su excusa para el profesor fue que tuvieron un reventón, y preguntaron si podían hacer un examen de recuperación. El profesor estuvo de acuerdo, escribió un examen y los puso en habitaciones separadas para hacerlo. La primera pregunta (en una cara de la hoja) valía cinco puntos. Entonces dieron la vuelta a la hoja y encontraron la segunda pregunta, que valía 95 puntos: «¿Qué neumático era?». ¿Qué probabilidad había de que ambos estudiantes dijeran lo mismo? Mi padre y yo pensamos que es de 1 entre 16. ¿Es correcto?^[70]

Dejaré al lector confirmar (o consultar las notas al texto situadas en las últimas páginas de este libro)^[71] que el que escribía estaba equivocado y que si los estudiantes estaban mintiendo la probabilidad correcta sería de uno entre cuatro. Y ahora que nos hemos acostumbrado a descomponer un problema en listas de posibilidades, ya estamos preparados para utilizar la ley del espacio muestral y afrontar el problema de Monty Hall.

Como he comentado anteriormente, comprender el problema de Monty Hall

no requiere formación matemática, pero sí un pensamiento lógico metódico, de modo que si ahora estás haciendo múltiples tareas, leyendo esto mientras estás en un atasco de tráfico en la autopista interestatal o mirando reposiciones de Los Simpson, puede que quieras posponer una actividad u otra. La buena noticia es que sólo dura unas pocas páginas.

En el problema de Monty Hall estás enfrente de tres puertas. Detrás de una puerta hay algo valioso, digamos un Maserati rojo brillante; detrás de las otras dos, un artículo de mucho menos interés, como las obras completas de Shakespeare en serbio. Has escogido la puerta 1. El espacio muestral en este caso es esta lista de tres posibles resultados:

El Maserati está detrás de la puerta 1. El Maserati está detrás de la puerta 2. El Maserati está detrás de la puerta 3. Cada uno de éstos tiene una probabilidad de uno entre tres. Ya que la suposición es que la mayoría de gente preferiría el Maserati, el primer caso es el ganador, y tus posibilidades de haber adivinado correctamente son de uno entre tres.

Ahora, según el problema, lo siguiente que sucede es que el presentador, que sabe lo que hay detrás de las puertas, abre una de las puertas que no has escogido, revelando una de las colecciones de Shakespeare. Al abrir esta puerta el presentador ha usado lo que sabe para evitar mostrar el Maserati, de modo que no es un proceso completamente aleatorio. Existen dos casos que hay que considerar.

Uno es el caso en que tu elección inicial es la correcta. Llamémosle el Escenario de la Suposición Afortunada. El presentador, ahora aleatoriamente, abre la puerta 2 o la 3, y si escoges cambiar tu elección de la puerta 1 a cualquiera de éstas, en lugar de un paseo rápido y sexy te estarás maldiciendo a ti mismo mientras tratas de entender a Troilo y a Crésida en el dialecto torlak. En el Escenario de la Suposición Afortunada mejor que no cambies tu elección, pero las posibilidades de aterrizar en el Escenario de la Suposición Afortunada son sólo de una entre tres.

El otro caso que debemos considerar es que tu elección inicial era errónea. Lo llamaremos Escenario de la Suposición Equivocada. Las posibilidades de que te hayas equivocado son de dos entre tres, de modo que el Escenario de la Suposición Equivocada es el doble de probable que el Escenario de la Suposición Afortunada. ¿Cómo difiere? En el Escenario de la Suposición Equivocada, el Maserati está detrás de una de las puertas que no has escogido y detrás de la otra puerta no escogida hay una copia del Shakespeare serbio. A diferencia del Escenario de la Suposición Afortunada, en este Escenario el presentador no abre aleatoriamente la puerta 2 o 3.

Debido a que no quiere revelar dónde está el Maserati, escoge abrir precisamente la puerta que no tiene el Maserati detrás de ella. En otras palabras, en el Escenario de la Suposición Equivocada el presentador interviene en lo que hasta ahora había sido un proceso aleatorio. De modo que el proceso ya depende del azar: el presentador ha usado sus conocimientos para influir en el resultado, violando la aleatoriedad al garantizar que si cambias tu elección obtendrás el lujoso coche rojo. Debido a su intervención, si te encuentras en el Escenario de la Suposición Equivocada, ganarás si cambias y perderás si no lo haces.

Resumiendo: si estás en el Escenario de la Suposición Afortunada (probabilidad una entre tres) ganarás si te mantienes en tu elección. Si estás en el Escenario de la Suposición Equivocada (probabilidad dos entre tres), debido a las acciones del presentador, ganarás si cambias. De modo que tu decisión pasa a ser una suposición: ¿en qué escenario estás? Si sientes que la percepción extrasensorial o el destino te han llevado a tu elección inicial, quizá no deberías cambiar. Pero a menos que puedas doblar cucharas de plata y transformarlas en lazos con tus ondas cerebrales, las posibilidades de que estés en el Escenario de la Elección Equivocada son de dos contra uno, de modo que es mejor cambiar. Las estadísticas del actual programa de televisión lo confirman: aquellos que se encontraban en la situación descrita en el problema y cambiaban su elección ganaban dos veces más a menudo que los que no cambiaban.

El problema de Monty Hall es difícil de comprender porque, a menos que pienses en él cuidadosamente, el papel del presentador, como el de tu madre, es inapreciable. Pero el presentador está «amañando el juego». El papel del presentador resulta obvio si suponemos que, en lugar de las tres puertas, había cien. Todavía escoges la puerta uno, pero ahora tienes una probabilidad de una entre cien de acertar. Mientras tanto, la posibilidad de que el Maserati esté detrás de una de las otras puertas es de noventa y nueve entre cien. Como antes, el presentador abre todas las puertas no escogidas menos una, seguro de que no abre la puerta que esconde el Maserati (si es una de ellas). Después de esto, las posibilidades de que el Maserati esté detrás de la puerta que has escogido son todavía de una entre cien, y todavía noventa y nueve entre cien de que estuviera entre una de las otras puertas. Pero ahora, gracias a la intervención del amable presentador, sólo queda una puerta representando a todas las noventa y nueve, ¡de modo que las posibilidades de que el Maserati esté detrás de esta puerta restante son de noventa y nueve entre cien!

Si el problema de Monty Hall hubiera tenido lugar en la época de Cardano, ¿él hubiera sido una Marilyn vos Savant o un Paul Erdős? La ley del espacio muestral trata el problema muy bien, pero no hay modo de saberlo con seguridad,

ya que la primera exposición conocida del problema (bajo un nombre diferente) se publicó el año 1959 en un artículo de Martin Gardner en *Scientific American*.^[72] Gardner lo llamaba «un problema pequeño maravillosamente confuso» y apuntó que «en ninguna otra rama de las matemáticas es tan fácil para los expertos equivocarse como en una teoría de la probabilidad». Naturalmente, para un matemático una equivocación es una cuestión vergonzosa, pero para un jugador es una cuestión de sustento. Y por tanto encaja que cuando éste llegó a la primera teoría sistemática de la probabilidad, llevara a Cardano el jugador a comprenderla.

Un día, cuando Cardano era adolescente, uno de sus amigos murió de súbito. Unos pocos meses después, Cardano se dio cuenta de que el nombre de su amigo no había sido mencionado nunca más por nadie. Esto lo entristeció, y le dejó una profunda impresión. ¿Cómo supera uno el triste hecho de que la vida es tan transitoria? Decidió que la única manera era dejar algo atrás, herederos, trabajos perdurables de algún tipo o ambas cosas. En su autobiografía Cardano se describe desarrollando «una ambición inquebrantable» para dejar su marca en el mundo.^[73]

Después de obtener su licenciatura médica, Cardano volvió a Milán, en busca de un empleo. Mientras estaba en la universidad había escrito un artículo titulado «Sobre las diferentes opiniones de los médicos» en el que esencialmente llamaba al gremio «pandilla de curanderos». El Colegio de Médicos de Milán le devolvía ahora el favor, rechazándolo como miembro. Eso significaba que no podía ejercer en Milán. Y por tanto, utilizando el dinero que había ahorrado gracias a sus clases particulares y al juego, Cardano se compró una pequeña casa a unas pocas millas en la pequeña localidad de Sacco. Esperaba hacer buenos negocios allí porque eran abundantes las enfermedades en el pueblo y no tenían médico. Pero su búsqueda tuvo un defecto fatal: la razón por la que el pueblo no tenía doctor era que prefería ser tratado por hechiceros y sacerdotes. Después de años de trabajo y estudio intensos, Cardano tenía pocos ingresos, pero un montón de tiempo libre en sus manos. La actuación resultó ser un golpe de suerte, ya que Cardano aprovechó la oportunidad y empezó a escribir libros. Uno de esos libros fue *El libro de los juegos de azar*.

En 1532, después de cinco años en Sacco, Cardano se trasladó de nuevo a Milán con la esperanza de publicar su trabajo, y solicitó otra vez ser miembro del Colegio. En ambos frentes fue rotundamente rechazado. «Por entonces», escribió, «estaba tan enfermo del corazón que visité a adivinadores y magos para poder encontrar una solución a mis múltiples problemas...».^[74] Un mago le sugirió protegerse de los rayos lunares. Otro que, al levantarse, estornudara tres veces y tocara madera. Cardano siguió todas sus prescripciones, pero ninguna cambió su mala suerte. Y por eso, encapuchado y por la noche, trataba clandestinamente a

pacientes que no podían pagar los honorarios de doctores con permiso o que no mejoraban en su cuidado. Para complementar esos ingresos, escribió en su autobiografía, fue «forzado a jugar a los dados de nuevo y así poder mantener a su mujer, y aquí mi conocimiento derrotó a la fortuna, y éramos capaces de comprar comida y vivir, aunque nuestro alojamiento fuera un desierto...».^[75] En cuanto a *El libro de los juegos de azar*, aunque revisaría y mejoraría el manuscrito repetidamente en los años venideros, nunca más intentó que lo publicaran, quizá porque se dio cuenta de que no era una buena idea enseñar a nadie más cómo jugar tan bien como él.

Finalmente Cardano consiguió sus objetivos en la vida: herederos y fama... y un buen reparto de fortuna que pisotear. Todo empezó cuando publicó un libro basado en ese viejo artículo de la universidad, modificando el título un tanto académico «Sobre las diferentes opiniones de los médicos» por el cáustico «Sobre la mala práctica de la medicina de uso corriente». El libro fue un éxito. Y entonces, cuando uno de sus pacientes secretos, un conocido prior de la orden de los frailes agustinos, de repente (y con toda probabilidad por azar) mejoró y lo atribuyó a los cuidados de Cardano, hizo de la fama de Cardano como médico una espiral ascendente que llegó a tal altura que el Colegio de Médicos se sintió obligado no sólo a admitirlo como miembro, sino también a hacerlo rector. Entre tanto, iba publicando más libros, y salieron bien, especialmente uno para el público en general llamado *La práctica de la aritmética*. Unos pocos años después publicó un libro más técnico, llamado *Ars Magna Liber*, o *Libro del Gran Arte*, un tratado sobre álgebra en el que daba una primera idea clara de los números negativos, y un famoso análisis de determinadas ecuaciones algebraicas. Cuando llegó a los cincuenta años, a mediados de la década de 1550, Cardano estaba en su punto más alto. Era catedrático de medicina en la Universidad de Pavía y un hombre rico.

No duró. En gran parte lo que derribó a Cardano fue su otro legado, sus hijos. Cuando tenía dieciséis, su hija Chiara (llamada así por su abuela) sedujo a su hijo mayor, Giovanni, y se quedó embarazada. Tuvo un aborto exitoso, pero se quedó estéril. Eso le fue bien, ya que era descaradamente promiscua, incluso después de casarse, y contrajo la sífilis. Giovanni quería convertirse en doctor, pero pronto se hizo más famoso como mezquino criminal, tan famoso que fue chantajeado a casarse por una familia de caza fortunas. Esta familia había probado que Cardano asesinó, con veneno, a un oficial menor de la ciudad. Mientras tanto, el hijo menor de Cardano, que había sido un niño al que le gustaba torturar animales, transformó esa pasión en un trabajo como torturador *freelance* para la Inquisición. Y, como Giovanni, tenía un segundo empleo como ladrón.

Los hijos de Cardano y su familia política fueron un constante sumidero para sus fondos hasta que, unos pocos años después de su matrimonio, fiel a sus colores, Giovanni dio a sus sirvientes una misteriosa mezcla para incorporar a un pastel destinado a su mujer. Cuando se desplomó después de disfrutar de un trozo, las autoridades ataron cabos. A pesar de que se gastó una fortuna en abogados, sus intentos de mover hilos y su declaración a propósito de su hijo, el joven Giovanni, fue ejecutado en prisión poco después. El sumidero de los fondos de Cardano y de su reputación lo hicieron vulnerable a sus antiguos enemigos. El senado de Milán suprimió su nombre de la lista de los libros permitidos, y, acusándolo de sodomía e incesto, lo obligó a exiliarse de la provincia. Cuando Cardano dejó Milán en 1563, según escribió en su autobiografía fue «reducido una vez más a harapos, mi fortuna se marchó, mis ingresos cesaron, mis alquileres retenidos, mis libros incautados...».^[76] Por entonces su mente se iba también, y tuvo períodos de incoherencia. Como golpe final, un matemático autodidacta llamado Niccolo Tartaglia, furioso porque en el *Ars Magna Liber* Cardano había revelado su método secreto para resolver determinadas ecuaciones, convenció a Aldo de dar pruebas contra su padre a cambio de un cargo oficial como torturador y ejecutor público en la ciudad de Bolonia. Cardano fue encarcelado durante un breve período de tiempo y luego vivió discretamente sus últimos pocos años en Roma. *El libro de los juegos de azar* fue publicado finalmente en 1663, más de cien años después de que el joven Cardano pusiera sus primeras palabras en papel. Por entonces, sus métodos de análisis ya habían sido reproducidos y superados.

Siguiendo la pista de los caminos del éxito

Si un jugador en la época de Cardano hubiera entendido su estudio matemático sobre el azar, podría haber sacado unas ganancias considerables apostando contra jugadores menos sofisticados. Hoy en día, con lo que tenemos que ofrecer, Cardano podría haber conseguido fama y fortuna escribiendo libros como *Guía para idiotas del lanzamiento de dados con bobos*. Pero en su época, el trabajo de Cardano no tuvo mucho bombo y su *Libro sobre los juegos de azar* permaneció inédito hasta mucho después de su muerte. ¿Por qué el trabajo de Cardano tuvo un impacto tan pequeño? Como hemos comentado, en aquellos que precedieron a Cardano la falta de un buen sistema de notación algebraica fue todo un estorbo. Ese sistema, en la época de Cardano, estaba mejorando, pero todavía se encontraba en su infancia. Sin embargo, aún se tenía que eliminar otro obstáculo. Cardano trabajaba en una época en la que el conjuro místico se valoraba más que el cálculo matemático. Si la gente no buscaba el orden de la naturaleza y no desarrollaba descripciones numéricas de los sucesos, entonces una teoría de los efectos del azar en esos sucesos estaba destinada a ser poco apreciada. Al final, si hubiese vivido sólo unas pocas décadas después, tanto el trabajo de Cardano como su recepción podrían haber sido muy diferentes, ya que las décadas posteriores a su muerte vieron el desarrollo de cambios históricos en el pensamiento y creencias europeos, una transformación que se ha llamado tradicionalmente la «revolución científica».

La revolución científica fue una revuelta contra la manera de pensar que prevalecía cuando Europa estaba saliendo de la Edad Media, una era en la que las creencias de la gente sobre cómo funcionaba el mundo no era examinada de ninguna manera sistemática. En una ciudad, los comerciantes robaban las ropas de los ahorcados porque creían que ayudarían a sus ventas de cerveza. En otra los parroquianos creían que las enfermedades se podían curar entonando rezos sacrilegos mientras marchaban desnudos alrededor del altar de su iglesia.^[77] Un

comerciante incluso creía que orinar en el retrete equivocado le llevaría mala fortuna. (Realmente, el último era un corredor de bolsa que confesó su secreto a un reportero de la CNN en 2003.)^[78] Sí, algunas personas todavía son supersticiosas hoy en día, pero al menos hoy en día tenemos para quienes lo deseen herramientas que demuestran o desmienten la eficacia de tales acciones. Cardano y sus contemporáneos compartían este gusto por la superstición y por eso, si ganaban a los dados, más que analizar su experiencia matemáticamente dirían una oración de gracias o se negarían a lavar sus calcetines de la suerte. El mismo Cardano creía que las rachas de pérdidas tenían lugar porque «la fortuna era adversa», y que una manera de mejorar tus resultados era hacer con los dados un lanzamiento bueno y difícil. Si sacar un afortunado siete depende de la muñeca, ¿por qué rebajarse a las matemáticas?

El momento que a menudo se considera el punto de inflexión para la revolución científica llegó en 1583, solamente siete años después de que Cardano muriese. Un joven estudiante de la Universidad de Pisa estaba sentado en una catedral y, según la leyenda, en vez de atender a los oficios, miraba fijamente algo que debía encontrar mucho más intrigante; el balanceo de una gran lámpara colgante. Utilizando su pulso como temporizador, Galileo Galilei se dio cuenta de que la lámpara tardaba el mismo tiempo en atravesar un arco amplio que en recorrer un arco más estrecho. Eso le sugirió una ley: que el tiempo requerido por un péndulo para realizar una oscilación es independiente de la amplitud de la oscilación. La observación de Galileo era precisa y práctica y, aunque simple, significó un nuevo enfoque para la descripción del fenómeno físico: la idea de que la ciencia debe centrarse en la experiencia y en la experimentación — cómo funciona la naturaleza — más que en lo que dicta la intuición o lo que nuestras mentes encuentran interesante. Y por encima de todo, que se debe hacer con las matemáticas.

Galileo utilizó sus aptitudes matemáticas para escribir una pequeña obra sobre el juego, *Pensamientos sobre juegos de dados*, y lo hizo a instancias de su mecenas, el Gran Duque de Toscana. El problema que preocupaba al Gran Duque era éste: cuando tiras tres dados, ¿por qué el número 10 aparece más frecuentemente que el número 9? El exceso de dieces es sólo de aproximadamente el 8%, y ni el 10 ni el 9 salen muy a menudo, de modo que el hecho de que el Gran Duque jugara lo suficiente como para darse cuenta de la pequeña diferencia significa que probablemente necesitaba entrar en un buen programa de Jugadores Anónimos y no tanto recurrir a Galileo. Pero, en fin, como cualquier asesor que quiere seguir empleado, Galileo se tragó sus gruñidos e hizo su trabajo.

Si lanzas un solo dado, las posibilidades de que salga cualquier número son

de una entre seis. Pero si lanzas dos dados, las posibilidades de totales diferentes ya no son iguales. Por ejemplo, hay una posibilidad entre treinta y seis de que los dados sumen dos, pero se dobla esa posibilidad si los dados suman tres. La razón es que un total de dos sólo se puede obtener de un modo, lanzando dos unos, pero un total de tres se puede obtener de dos modos, lanzando un uno y después un dos, o un dos y después un uno. Eso nos lleva al siguiente gran paso para entender los procesos aleatorios, que es el tema de este capítulo: el desarrollo de métodos sistemáticos para analizar el número de maneras en que pueden pasar los sucesos.

La clave para entender la confusión del Gran Duque es enfocar el problema como un estudiante del Talmud: en lugar de intentar explicar por qué el número 10 aparece más frecuentemente que el 9, debemos preguntarnos, ¿por qué el número 10 no debería aparecer más frecuentemente que el 9? Resulta que hay una razón tentadora para creer que los dados deberían sumar 10 y 9 con igual frecuencia: tanto el 10 como el 9 se pueden construir en exactamente seis maneras mediante el lanzamiento de tres dados. Para el 9 podemos escribir esas maneras como: (621), (531), (522), (441), (432), y (333). Para el 10 son (631), (622), (541), (532), (442) y (433). Según la ley de Cardano sobre el espacio muestral, la probabilidad de obtener un resultado favorable es igual a la proporción de resultados que son favorables. Una suma de 9 y 10 se puede construir del mismo número de formas. De modo que ¿por qué es uno más probable que el otro?

La razón es que, como hemos comentado, la ley del espacio muestral en su forma original se aplica sólo a resultados que son igualmente probables, y las combinaciones enumeradas más arriba no lo son. Por ejemplo, el resultado (631) — es decir, lanzar un 6, un 3 y un 1 — es seis veces más probable que el resultado (333) porque aunque sólo hay un modo de tirar tres 3, hay seis modos de tirar un 6, un 3 y un 1; puedes lanzar primero un 6, después un 3 y después un 1, o puedes lanzar un 1 primero, después un 3 y entonces un 6, *etc.* Representemos un resultado en el que estemos siguiendo el hilo del orden de lanzamientos por un triplete de números separados por comas. Entonces la manera corta de decir lo que ya hemos dicho es que el resultado (631) consta de las posibilidades (1,3,6), (1,6,3), (3,1,6), (3,6,1), (6,1,3) y (6,3,1), mientras que el resultado (333) consta sólo de (3,3,3). Una vez hecha esta descomposición los resultados son igualmente probables y podemos aplicar la ley. Debido a que hay 27 maneras de sacar un 10 con tres dados pero sólo 25 maneras de sacar un 9, Galileo concluyó que con tres dados un 10 era $27/25$ o aproximadamente 1,08 veces más probable.

Al resolver el problema Galileo utilizó implícitamente nuestro siguiente principio importante: las posibilidades de un suceso dependen del número de

maneras en que éste puede ocurrir. No es una afirmación sorprendente. La sorpresa es cuán importante es este efecto y la dificultad que, por tanto, puede haber al calcularlo. Por ejemplo, supongamos que das a tu clase de veinticinco alumnos de sexto curso un test de diez preguntas de verdadero/falso. Hagamos un recuento de los resultados que una alumna en particular puede conseguir: podría contestar todas las preguntas correctamente; podría fallar exactamente una pregunta (eso puede pasar de 10 maneras diferentes porque hay diez preguntas que podría fallar); podría fallar un par de preguntas (eso puede pasar de 45 maneras diferentes porque hay 45 pares de preguntas distintos); y así sucesivamente. Como resultado, de media, en un grupo de estudiantes que están respondiendo al azar, para cada estudiante que acierta el 100% encontrarás unos 10 con un 90% y 45 con un 80% de aciertos. Las posibilidades de obtener una nota cercana al 50% son naturalmente incluso mayores, pero en una clase de 25 la probabilidad de que al menos un estudiante obtenga una B (80%) o más si todos los estudiantes están adivinando es del 75%. De modo que, si eres un profesor veterano, es probable que a lo largo de los años entre todos los estudiantes que no estaban preparados y que simplemente adivinaban tus test, algunos fueran recompensados con una A o con una B.

Hace unos pocos años los funcionarios de la lotería canadiense aprendieron de la peor manera posible la importancia del recuento cuidadoso cuando decidieron devolver el dinero de premios sin reclamar que habían acumulado.^[79] Compraron 500 automóviles como premios de bonificación y con el fin de elegir a los ganadores, programaron un ordenador para que seleccionara aleatoriamente 500 números de su lista de 2,4 millones de números abonados. Los funcionarios publicaron la lista sin clasificar de 500 números ganadores, prometiendo un automóvil para cada número incluido en la lista. Para su vergüenza, un individuo reclamó (correctamente) que había ganado dos coches. Los funcionarios estaban pasmados: con más de dos millones de números donde escoger, ¿cómo podía el ordenador aleatoriamente haber escogido el mismo número dos veces? ¿Había un defecto en su programa?

El problema de recuento con el que se toparon los funcionarios de la lotería se denomina el problema del cumpleaños: ¿cuánta gente debe haber en un grupo para que haya una posibilidad mejor que mitad y mitad de que dos de ellos compartan el mismo día de cumpleaños? La mayoría de gente cree que la respuesta es la mitad de los días de un año, o aproximadamente 183. Pero ésa es la respuesta correcta a una pregunta diferente: ¿cuánta gente necesitas en una fiesta para que haya una posibilidad mejor que mitad y mitad de que uno de ellos comparta cumpleaños contigo? Si no hay restricciones en que dos personas compartán cumpleaños, el hecho de que haya muchas parejas posibles de individuos que puedan compartir su

cumpleaños cambia la respuesta drásticamente. De hecho, la respuesta es asombrosamente baja, sólo 23. Cuando se sacan de una piscina de 2,4 millones, como en el caso de la lotería canadiense, se necesitan mucho más que 500 números para tener una oportunidad igual de una repetición. Pero aun así, esa posibilidad no se puede ignorar. Las posibilidades de coincidencia son, de hecho, de aproximadamente el 5%. No enormes, pero deberían haber acabado con ellas haciendo que el ordenador tachara cada número de la lista a medida que los eligiera. Por cierto, la lotería canadiense pidió al hombre afortunado que renunciara al segundo coche, pero se negó.

Otro misterio de lotería que levantó muchas cejas tuvo lugar en Alemania el miércoles 21 de junio de 1995.^[80] El insólito suceso ocurrió en una lotería llamada 6/49, que significa que los seis números ganadores se sacan de entre los números 1-49. El miércoles en cuestión los números ganadores fueron 15-25-27-30-42-48, los mismísimos números que habían salido previamente el sábado 20 de diciembre de 1986. Fue la primera vez en 3.016 sorteos que una secuencia ganadora se había repetido. ¿Qué posibilidades había? No tan pocas como piensas: si haces los cálculos, las posibilidades de una repetición en algún momento a lo largo de los años salen de aproximadamente el 28%.

Ya que en un proceso aleatorio el número de maneras en que puede surgir un resultado es una clave para determinar hasta qué punto es probable, la pregunta clave es: ¿cómo calculamos el número de maneras en que algo puede ocurrir? Parece que Galileo había omitido la importancia de esa pregunta. No llevó su trabajo sobre aleatoriedad más allá de ese problema de dados, y dijo en el primer párrafo de su trabajo que estaba escribiendo sobre dados solamente porque le habían «ordenado» que lo hiciera.^[81] En 1633, en parte como recompensa por fomentar un nuevo enfoque de la ciencia, Galileo fue condenado por la Inquisición. Pero la ciencia y la teología habían separado sus caminos definitivamente; los científicos analizaban ahora «cómo», liberados del tema de los teólogos de «¿por qué?». Pronto un estudiante de una nueva generación, instruido desde joven en la filosofía de la ciencia de Galileo, llevaría el análisis del recuento contingente a nuevas cotas, alcanzando una profundidad de entendimiento sin la que gran parte de la ciencia actual no se podría llevar a cabo.

Con la transformación de la revolución científica las fronteras de la aleatoriedad se trasladaron de Italia a Francia, donde una nueva generación de científicos, adversos a Aristóteles y seguidores de Galileo, la desarrollaron más lejos y más profundamente de lo que habían hecho Cardano o el propio Galileo. Esta vez la importancia de su trabajo sería reconocida y causaría sensación por toda Europa.

Aunque las nuevas ideas serían desarrolladas de nuevo en el contexto del juego, si Cardano era un jugador transformado en matemático, el primero de esta nueva generación sería más bien un matemático convertido en jugador. Su nombre era Blaise Pascal.

Pascal nació el 19 de junio de 1623 en Calment-Ferrand, una población de 9.000 habitantes a un poco más de 200 millas al sur de París. Al percibir la brillantez de su hijo, el padre de Blaise lo introdujo a la edad de trece años en un recién fundado grupo de discusión que los de dentro llamaban Académie Mersenne por el fraile de toga negra que lo fundó. La sociedad Mersenne incluía al famoso filósofo-matemático René Descartes, y al genio matemático aficionado Pierre Fermat. La extraña mezcla de brillantes pensadores y grandes egos, con Mersenne animando el cotarro, debió de tener una gran influencia en el adolescente Blaise, que desarrolló lazos personales tanto con Fermat como con Descartes y recogió una profunda base del nuevo método científico. «Deja a todos los discípulos de Aristóteles...», escribiría Pascal, «reconoce que el experimento es el verdadero maestro que debe ser seguido en física».^[82]

Pero ¿cómo pudo un tipo estudioso y pesado de creencias piadosas acabar envuelto en temas relativos a la escena urbana del juego? Pascal sufría de vez en cuando dolor de estómago, dificultad para tragar y retener la comida, una fragilidad que lo debilitaba, dolores de cabeza severos, ataques de sudor y parálisis parciales de sus piernas. Siguió estoicamente el consejo de sus médicos: sangrías, purgas, leche de burra y otros brebajes «asquerosos» que apenas podía retener, una «verdadera tortura», según su hermana Gilberte.^[83] Entonces, en verano de 1647, a la edad de veinticuatro años y cada vez más desesperado, se trasladó a París en busca de un cuidado médico mejor. Su nuevo grupo de médicos le ofreció el consejo más vanguardista, que Pascal «debía dejar toda labor mental continuada, y buscar tanto como fuera posible todas las oportunidades para divertirse».^[84] Así que Pascal se enseñó a sí mismo a relajarse, y empezó a pasar el tiempo en compañía de otros jóvenes ociosos. En 1651, el padre de Blaise murió, y de repente Blaise se transformó en un joven heredero. Hizo un buen uso del dinero, al menos en el sentido de las órdenes de los doctores. Los biógrafos llaman a esos años, de 1651 a 1654, el «período mundano» de Pascal. Su hermana lo llamó «la época de su vida peor empleada».^[85] Aunque puso algún esfuerzo en su promoción personal, su investigación científica fue prácticamente a ninguna parte; pero, que conste, tuvo mejor salud que nunca.

A menudo en la historia el estudio del azar ha sido impulsado por un suceso ya de por sí aleatorio. El trabajo de Pascal representa tal ocasión, pues fue su abandono del estudio lo que le llevó al estudio del azar. Todo empezó cuando uno

de sus colegas de fiestas presentó a Pascal un esnob de cuarenta y cinco años llamado Antoine Gombaud. Gombaud, un noble cuyo título aristocrático era Chevalier de Méré, se consideraba a sí mismo como un maestro del flirteo y, a juzgar por el catálogo de sus líos románticos, lo era. Pero De Méré también era un experto jugador al que le gustaban las apuestas fuertes, y a menudo ganaba lo suficiente como para que alguno sospechara que era un tramposo. Y cuando se tropezó con un pequeño dilema de juego, buscó la ayuda de Pascal. Con eso, De Méré inició una investigación que acabaría con la época de sequía científica de Pascal, consolidaría un lugar propio para De Méré en la historia de las ideas y resolvería el problema que Galileo había dejado abierto.

Fue en el año 1654. La pregunta que De Méré hizo a Pascal fue llamada «el problema de los puntos»: supongamos que estás jugando a un juego en el que ambos participantes tienen las mismas posibilidades, y el primer jugador en obtener un determinado número de puntos gana. El juego se interrumpe con un jugador en cabeza. ¿Cuál es el modo más rápido de dividir el bote? La solución, se dio cuenta De Méré, debería reflejar la posibilidad de victoria de cada jugador dada la puntuación que prevalecía cuando el juego fue interrumpido. Pero ¿cómo calculas eso?

Pascal se dio cuenta de que, cualquiera que fuera la respuesta, los métodos necesarios para responder la pregunta de De Méré todavía eran desconocidos, y esos métodos, cualesquiera que fueran, podrían tener implicaciones importantes en cualquier tipo de situación competitiva. Y sin embargo, como pasa a menudo en la investigación teórica, Pascal se sintió inseguro y confuso sobre su plan de ataque. Decidió que necesitaba un colaborador o, al menos, otro matemático con quien discutir sus ideas. Mersenne, el gran comunicador, había muerto pocos años antes, pero Pascal todavía estaba conservando sus contactos. De modo que, en 1654 se inició una de las correspondencias más significativas en la historia de las matemáticas, la de Pascal y Pierre Fermat.

En 1654 Pierre Fermat tenía una buena posición en la Tomelle, o juzgado de lo penal, en Toulouse. Cuando se celebraba una sesión, se podía encontrar a un Fermat elegantemente vestido condenando a funcionarios errantes a ser quemados en la hoguera. Pero cuando el tribunal no estaba reunido, aplicaba sus habilidades analíticas al dulce ejercicio de las matemáticas. Quizá fuera un aficionado, pero por lo general es considerado el mayor matemático aficionado que nunca ha existido.

Fermat no había ganado su posición a causa de cualquier ambición o logro en particular. La consiguió a la antigua usanza, ascendiendo a un ritmo constante

mientras uno a uno sus superiores caían muertos por la peste. De hecho, cuando llegó la carta de Pascal, el mismo Fermat aún se estaba recuperando de un ataque de la enfermedad. No en vano, incluso había sido dado por muerto por un amigo, Bernard Medon. Cuando se recuperó, un avergonzado pero presumiblemente feliz Medon se retractó de su declaración, pero no hay duda de que Fermat estuvo a punto de morir. Al final, aunque fuera unos veintidós años mayor que Pascal, Fermat sobreviviría varios años a su recién encontrado corresponsal.

Como veremos, el problema de los puntos aparece en cualquier campo de la vida en el que compitan dos entidades. En sus cartas tanto Pascal como Fermat desarrollaban sus propios planteamientos y resolvían versiones del problema. Pero fue el método de Pascal el que demostró ser el más sencillo, incluso bonito. Ya que el problema de los puntos surgió por primera vez en una situación con apuestas, ilustraré el problema con un ejemplo del mundo del deporte. En 1996 los Atlanta Braves ganaron a los New York Yankees en los dos primeros partidos de la Serie Mundial de béisbol, en la que el primer equipo en ganar cuatro partidos es coronado campeón. El hecho que los Braves ganasen los primeros dos partidos no significa necesariamente que fueran un equipo superior. Aun así, se podía haber tomado como una señal de que eran mejores. Sin embargo, para nuestros propósitos actuales partiremos de la suposición de que era igualmente probable que cualquiera de los equipos ganara cada partido, y que en los dos primeros sólo ocurrió que ganaron los Braves.

Dada esa suposición, ¿cuáles serían las justas posibilidades de una apuesta por los Yankees?, es decir, ¿cuál es la posibilidad de una reaparición Yankee? Para calcularlo contamos todas las maneras en las que los Yankees podrían ganar, y lo comparamos con el número de maneras en que podrían perder. Se habían jugado dos de los siete partidos de la serie, de modo que había cinco posibles partidos todavía por jugar. Y como cada uno de los cinco partidos tenía dos ganadores posibles, los Yankees (Y) o los Braves (B), había 25 o 32 posibles resultados. Por ejemplo, los Yankees podrían haber ganado tres y después perder dos, YYYBB, o podrían haber alternado victorias, YBYBY. (En el último caso, puesto que los Braves ya habrían ganado cuatro partidos el último partido no se habría jugado nunca, pero llegaremos a eso en un minuto.) La probabilidad de que los Yankees reapareciesen para ganar la serie era igual al número de tales secuencias en que los Yankees ganan al menos cuatro partidos, dividido por el número total de secuencias, 32; la posibilidad de que los Braves ganaran era el número de secuencias en las que los Braves ganaban al menos dos partidos más, también dividido por 32.

Como he referido antes, esto puede parecer raro porque incluye escenarios

(como YBYBY) en los que los equipos continúan jugando incluso después de que los Braves hayan ganado cuatro. Pero las matemáticas son independientes del capricho humano, y que los jugadores jueguen o no los partidos no afecta al hecho de que tal secuencia exista. Por ejemplo, supongamos que estás jugando a lanzar la moneda, y que ganas si en cualquier momento sale cara. Hay 22 posibilidades o 4 posibles secuencias de 2 lanzamientos: (cara, cruz), (cara, cara), (cruz, cara), y (cruz, cruz). En las dos primeras no te preocuparás de tirar la moneda de nuevo porque ya has ganado. Sin embargo, tus posibilidades de ganar son $3/4$ porque 3 de las 4 secuencias completas incluyen una cara.

De modo que a fin de calcular las posibilidades de victoria de los Yankees y de los Braves, sencillamente hacemos un recuento de las posibles secuencias de los cinco partidos para el resto de sus series. Primero, los Yankees serían victoriosos si ganasen 4 de los 5 posibles partidos que quedan. Eso podría haber pasado en una de cinco maneras (BYYYY, YBYYY, YYBYY, YYYBY, o YYYBY). Alternativamente los Yankees habrían triunfado si hubieran ganado los partidos que quedaban, cosa que sólo puede pasar de un modo (YYYYY). Ahora, los Braves: podrían haber sido campeones si los Yankees hubieran ganado sólo 3 partidos, que puede pasar de 10 maneras diferentes (BBYYY, BYBYY, etc.); o si los Yankees hubieran ganado sólo 2 (que de nuevo puede ocurrir de 10 maneras diferentes), o sólo 1 (que puede ocurrir de 5 maneras diferentes); o ninguno (que sólo puede suceder de 1 manera). Sumándolo todo, encontramos que la posibilidad de una victoria Yankee era de $6/32$, o del 19%, frente a $26/32$ o aproximadamente del 81% para los Braves. Según Pascal y Fermat, si la serie se hubiera terminado bruscamente, así es como deberían haber repartido el bote de bonificación, y éstas son las probabilidades que se deberían haber asignado si se hacía una apuesta después de los dos primeros partidos. Y, por cierto, los Yankees reaparecieron para ganar los siguientes cuatro partidos y fueron coronados campeones.

El mismo razonamiento podría haberse aplicado también al comienzo de la serie, es decir, antes de que se hubiera jugado ningún partido. Si los dos equipos tienen las mismas posibilidades de ganar cada partido, encontrarás, naturalmente, que tienen una misma posibilidad de ganar la serie. Pero si no tienen una posibilidad, igual funciona un razonamiento similar, excepto en que el recuento sencillo que utilicé más arriba se tendría que alterar ligeramente: cada resultado se tendría que cargar con un factor describiendo su probabilidad relativa. Si lo haces y analizas la situación al comienzo de la serie descubres que en una serie de siete partidos hay una posibilidad considerable de que el equipo inferior sea coronado campeón. Por ejemplo, si un equipo es suficientemente bueno como para garantizar el ganar a otro en el 55% de sus partidos, el equipo más débil sin embargo ganará

una serie de siete partidos aproximadamente 4 veces de cada 10. E incluso si hubiera una probabilidad de $2/3$ de que el equipo superior ganara cualquier partido dado, el equipo inferior ganará una serie de siete partidos una vez cada cinco. No hay modo de que las ligas de deportes cambien esto. En el último caso, por ejemplo, tienes que jugar al menos una serie de 23 partidos para determinar el ganador con la llamada «significancia estadística», que quiere decir que se coronaría campeón el equipo más débil un 5% o menos de las veces (véase capítulo 5). Y en el caso anterior en el que un equipo tenía sólo una ventaja de 55/45, la «serie mundial» de significancia estadística más corta sería al mejor de 269, ¡un esfuerzo realmente tedioso! De modo que las series eliminatorias de deportes pueden resultar divertidas y excitantes, pero ser coronado «campeón del mundo» está lejos de ser una garantía para el equipo que es realmente mejor.

Como he comentado, se aplica el mismo razonamiento más allá de los juegos, juegos de azar y deportes. Por ejemplo, muestra que si dos compañías compiten en confrontación directa, o compiten dos empleados dentro de una compañía, aunque debe haber un ganador y un perdedor cada trimestre o cada año, para conseguir una respuesta fiable respecto a qué compañía o empleado es superior simplemente anotando quién gana a quién, se tiene que hacer la comparación durante décadas o siglos. Si por ejemplo el empleado A es realmente superior y a largo plazo gana una comparación de rendimiento con el empleado B 60 de cada 100 ocasiones, en una sencilla serie de comparaciones del mejor de cinco el empleado más débil todavía ganará casi una tercera parte de las veces. Es peligroso juzgar la capacidad mediante resultados a corto plazo.

El recuento en todos estos problemas ha sido suficientemente sencillo como para llevarlo a cabo sin ningún esfuerzo. Pero cuando los números son más altos, el recuento se hace difícil. Consideremos, por ejemplo, este problema: estás organizando un banquete de bodas para cien invitados y en cada mesa se sientan diez. No puedes sentar a tu primo Rod con tu amiga Amy porque hace ocho años tuvieron un lío y ella lo plantó. Por otro lado, tanto Amy como Lutecia quieren sentarse cerca de tu atlético primo Bobby, y tu tía Ruth mejor que esté en una mesa fuera del alcance de su oído o el duelo de coqueteos será pasto de chismorreos en las cenas de celebración durante los próximos cinco años. Considera cuidadosamente las posibilidades. Tomemos sólo la primera mesa. ¿Cuántas maneras existen de escoger a diez personas de un grupo de 100? Es la misma pregunta que de cuántas maneras puedes repartir diez inversiones entre cien fondos de inversiones, o diez átomos de germanio entre cien posiciones en un cristal de silicio. Es el tipo de problema que aparece repetidamente en la teoría del azar, no sólo en el problema de los puntos. Pero con números mayores es tedioso o imposible

contar las posibilidades enumerándolas explícitamente. Ése fue el logro real de Pascal: un enfoque generalmente aplicable y sistemático para contar que te permite calcular la respuesta a partir de una fórmula, o leerla a partir de un gráfico. Se basa todo en una curiosa colocación de los números en forma de triángulo.

El método computacional en el núcleo del trabajo de Pascal fue de hecho descubierto por un matemático chino llamado Chia Hsien hacia el año 1100, y publicado por otro matemático chino, Chu Shih-chieh, en 1303; fue discutido en un trabajo de Cardano en 1570, y conectado con el mayor conjunto de la teoría de la probabilidad por Pascal, que acabó consiguiendo la mayor parte del crédito.^[86] Pero el trabajo previo no preocupaba a Pascal. «Que nadie diga que no he dicho nada nuevo», exponía Pascal en su autobiografía. «El arreglo del tema es nuevo. Cuando jugamos a tenis, jugamos los dos con la misma pelota, pero uno de nosotros la coloca mejor».^[87] La invención gráfica utilizada por Pascal, dada más abajo, es de este modo denominada «triángulo de Pascal». En la figura hemos truncado en el número 10, pero se puede continuar indefinidamente. De hecho, es fácil de hacer, porque, con la excepción del 1 en el ápice, cada número en el triángulo es la suma del número de arriba a la izquierda, y del de arriba a la derecha (llamándolo cero si no hay ninguno).

N																							
0														1									
1													1	1									
2													1	2	1								
3													1	3	3	1							
4													1	4	6	4	1						
5													1	5	10	10	5	1					
6													1	6	15	20	15	6	1				
7													1	7	21	35	35	21	7	1			
8													1	8	28	56	70	56	28	8	1		
9													1	9	36	84	126	126	84	36	9	1	
10													1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1

El triángulo de Pascal es útil siempre que necesites saber el número de maneras en que puedes escoger algún número de objetos de una colección que tiene un número igual o mayor. Así es como funciona en el caso de los invitados a la boda: para encontrar el número de distintas mesas de 10 que puedes formar a partir de un grupo de 100 invitados empezarías mirando hacia abajo a los números de la izquierda del triángulo hasta que encuentres la fila etiquetada como 100. El triángulo que proporciono no llega tan lejos, pero por ahora vamos a suponer que sí. El primer número en la fila 100 te diría el número de maneras en que puedes escoger 0 invitados de un grupo de 100. Sólo hay un modo, naturalmente: sencillamente no escoges a nadie. Eso es cierto sin importar cuántos invitados estás escogiendo, y es el porqué de que el primer número en cada fila sea 1. El segundo número en la fila 100 te dice el número de maneras que puedes escoger 1 del grupo de 100. Existen 100 maneras de hacerlo; puedes escoger sólo el invitado número uno, el invitado número dos, y así sucesivamente. Ese razonamiento se aplica a cada fila, y por lo tanto el segundo número en cada fila es simplemente el número de esa fila. El tercer número en cada fila representa el número de los distintos grupos de dos que puedes

formar, y así sucesivamente. El número que buscamos —el número de mesas distintas de diez que podemos hacer— por tanto es el undécimo de la fila. Incluso aunque hubiera extendido el triángulo para incluir 100 filas, ese número sería demasiado grande para poner en la página. De hecho, cuando, inevitablemente algún invitado de la boda se queja sobre la colocación de los asientos puedes señalar cuánto tiempo te hubiera costado considerar cada posibilidad: suponiendo que tardas un segundo considerando cada una, eso llevaría a aproximadamente 10 billones de años. Supondrán, naturalmente, que estás siendo histriónico.

Para poder usar la tabla, digamos por ahora que tu lista de invitados consta sólo de 10 invitados. Entonces la fila relevante es la de más abajo del triángulo, la fila etiquetada con un 10. El número en esa fila representa el número de distintas mesas de 0,1,2, etc., que puedes formar a partir de una colección de 10 personas. Puedes reconocer estos números del ejemplo del test de los alumnos de sexto curso; el número de maneras en que un estudiante puede obtener un número dado de problemas erróneos en un test verdadero/falso es el mismo que el número de maneras que puedes escoger invitados de un grupo de diez. Ése es uno de los motivos del poder del triángulo de Pascal, ya que se pueden aplicar las mismas matemáticas a muchas situaciones diferentes. En el ejemplo de la Serie Mundial Yankees/Braves en el que contamos tediosamente todas las posibilidades para los cinco partidos restantes, ahora podemos leer el número de maneras en que pueden ganar los Yankees 0, 1, 2, 3, 4, o 5 partidos directamente de la columna 5 del triángulo:

1 5 10 10 5 1

Ahora podemos ver de un vistazo que la posibilidad de que los Yankees ganen 2 partidos (10 maneras) era el doble que su posibilidad de ganar 1 partido (5 maneras).

Una vez lo has aprendido, las aplicaciones del triángulo de Pascal se presentan en todas partes. Una amiga mía trabajó una vez para una empresa emergente de juegos de ordenador. Explicaba a menudo que, aunque el director de *marketing* reconocía que los grupos pequeños sólo eran apropiados para «conclusiones cualitativas», ella algunas veces utilizaba un acuerdo «aplastante» de 4-2 o 5-1 como si fuera significativo. Pero supongamos que llevas un grupo de

discusión en el que 6 personas examinarán y comentarán un nuevo producto que estás desarrollando. Supongamos que, en realidad, interesa a la mitad de la población. ¿Con qué exactitud se reflejará esto en tu grupo de discusión? Ahora la línea relevante del triángulo es la etiquetada con un 6, que representa el número de maneras en que a 0,1,2,3,4,5, o 6 de los sujetos les debe gustar (o no gustar) tu producto:

1 6 15 20 15 6 1

A partir de estos números vemos que hay 20 maneras en que podrían repartirse a mitad y mitad, reflejando verdaderamente la opinión del pueblo en general. Pero también hay $1 + 6 + 15 + 15 + 6 + 1 = 44$ maneras en las que puedes encontrar un consenso no representativo, ya sea a favor o en contra. De modo que si no eres cuidadoso, las posibilidades de estar engañado son de 44 entre 64, o aproximadamente dos tercios. Este ejemplo no significa que si se consigue acuerdo, sea al azar. Pero tampoco deberías asumir que esto es significativo.

Los análisis de Pascal y Fermat demostraron ser un primer gran paso en una teoría matemática coherente de la aleatoriedad. La última carta de su famoso intercambio está datada el 27 de octubre de 1654. Unas pocas semanas después Pascal permaneció en un trance durante dos horas. Algunos llaman al trance una «experiencia mística». Otros se lamentan de que finalmente hubiera despegado del planeta Cordura. Sea como fuere, Pascal emergió de la experiencia como un hombre transformado. Fue una transformación que lo llevaría a hacer más de una contribución fundamental al concepto de aleatoriedad.

En 1662, unos pocos días después de la muerte de Pascal, su criado, mientras ordenaba sus ropas, observó un curioso bulto en una de las chaquetas. El criado tiró del forro y encontró escondido dentro de éste unas hojas dobladas de pergamino y papel. Pascal aparentemente los llevó con él cada día de los últimos ocho años de su vida. Garabateadas en estas hojas con la letra de Pascal, había una serie de palabras y frases aisladas que databan del 23 de noviembre de 1654. Los escritos eran un relato emocionado del trance de Pascal, en el que describía cómo Dios llegó a él y, en el espacio de dos horas, lo libró de sus corruptas costumbres.

Siguiendo esa revelación Pascal había abandonado a la mayoría de sus

amigos, llamándolos «horribles acoplamientos».^[88] Vendió su carruaje, sus caballos, sus muebles, su biblioteca, todo excepto su Biblia. Dio su dinero a los pobres, quedándose él mismo tan poco que a menudo tenía que pedir o mendigar para obtener comida. Llevaba un cinturón de hierro con puntas hacia adentro de modo que tenía molestias constantes; empujaba las púas del cinturón hacia su carne siempre que encontraba a su ser en peligro de sentirse feliz. Censuró sus estudios de matemáticas y ciencia. De su fascinación de niño, escribió, «apenas recuerdo que haya algo como la geometría. Reconozco que la geometría es tan poco útil... es bastante posible que nunca vuelva a pensar en ella de nuevo».^[89]

Y, sin embargo, Pascal continuaba productivo. En los años que siguieron Pascal escribió sus pensamientos sobre Dios, la religión y la vida. Más adelante publicó sus *Pensamientos*, un trabajo que todavía está disponible hoy en día. Y aunque Pascal había censurado las matemáticas, esta visión de la futilidad de la vida mundana es una exposición matemática en la que Pascal apuntó de nuevo su arma de probabilidad matemática directamente a una cuestión de teología, y desarrolló una contribución tan importante como la de su trabajo previo en el problema de los puntos.

En sus *Pensamientos*, las matemáticas están contenidas en dos páginas manuscritas cubiertas en ambas caras por escritos que van en todas direcciones, y llenas de borrones y correcciones. En esas páginas Pascal detallaba un análisis de los pros y los contras del deber a Dios como si estuviera calculando matemáticamente la sabiduría de una apuesta. Su gran innovación fue su método de sopesar esos pros y contras, un concepto que en la actualidad se denomina expectativa.

El argumento de Pascal funcionaba del siguiente modo: supongamos que concedes que no sabemos si existe Dios o no, y por lo tanto asignamos una posibilidad del 50% a cada proposición. ¿Cómo sopesarías estas probabilidades cuando decides si llevar una vida piadosa? Si actúas piadosamente y Dios existe, argumentaba Pascal, tu ganancia —la felicidad eterna— es infinita. Si, por otro lado, Dios no existe, tu pérdida o beneficio negativo es pequeño (los sacrificios de la piedad). Para sopesar estas posibles ganancias y pérdidas, proponía Pascal, multiplicas la probabilidad de cada posible resultado por su recompensa, y lo sumas todo, formando una especie de media de la recompensa esperada. En otras palabras, la expectativa matemática de tu beneficio de la piedad es la mitad del infinito (tu ganancia si Dios existe) menos la mitad de un número pequeño (tu pérdida si Él no existe). Pascal sabía lo suficiente sobre el infinito como para saber que la respuesta a este cálculo es infinito, y por tanto el beneficio esperado de la piedad es infinitamente positivo. Cualquier persona razonable, concluyó Pascal, debería por

lo tanto seguir las leyes de Dios. En la actualidad se conoce su argumento como «la apuesta de Pascal».

La expectativa no sólo es un concepto importante en el juego, sino también en toda toma de decisiones. De hecho, la apuesta de Pascal a menudo es considerada como la fundación de la disciplina matemática de la teoría del juego, el estudio cuantitativo de estrategias de decisiones óptimas en los juegos. Debo admitir que encuentro esta forma de pensar adictiva, y por eso a veces la llevo un poco demasiado lejos. «¿Cuánto cuesta el parquímetro?», le pregunto a mi hijo. El cartel dice que 25 centavos. Sí, pero aproximadamente una de cada veinte visitas vuelvo tarde y encuentro una multa que cuesta cuarenta dólares, de modo que el coste de 25 centavos del parquímetro es en realidad un cruel señuelo, expliqué, porque mi coste real es de 2,25 dólares. (Los dos dólares extra vienen de una posibilidad entre veinte de que me pongan una multa multiplicado por su coste de cuarenta dólares.) «¿Y qué me dices de nuestro camino de entrada?», pregunto a mi otro hijo, «¿es una carretera de peaje?». Bien, llevamos viviendo en la casa unos cinco años, o aproximadamente 2.500 veces dando marcha atrás, y he golpeado mi espejo en la valla saliente tres veces a 400 dólares el golpe. «También puedes poner un peaje ahí fuera y echar dentro 50 centavos cada vez que das marcha atrás», me dice. Entiende la expectativa.

Mirando el mundo a través de las lentes de la expectativa matemática, uno llega a menudo a resultados sorprendentes. Por ejemplo, una lotería reciente enviada por correo electrónico ofrecía un gran premio de 5 millones de dólares.^[90] Todo lo que había que hacer para ganar era enviar por correo tu participación. No había límite de cuántas veces podías participar, pero cada participación tenía que hacerse por separado. Aparentemente esperaban alrededor de 2 millones de participaciones, porque la letra pequeña decía que tus posibilidades de ganar eran de 1 entre 200 millones. ¿Es rentable participar en este tipo de «ofertas de lotería gratuitas»? Multiplicando la probabilidad de las veces que se gana la recompensa, encontramos que cada entrada vale un cuarto de dólar o dos centavos y medio, mucho menos que el coste de enviar el correo. De hecho, el gran ganador en esta competición era la oficina de correos, la que, si los pronósticos eran correctos, ganaría casi 80 millones de dólares en ingresos por franqueo en todas las participaciones.

Aquí hay otro juego loco. Supongamos que el estado de California hiciera a sus ciudadanos el siguiente ofrecimiento: de todos los que paguen uno o dos dólares para entrar, una persona recibirá una fortuna, y otra morirá de forma violenta. ¿Alguien se prestaría a este juego? Lo harían, y con entusiasmo. Se llama lotería

estatal. Y aunque el estado no lo expone de la manera en que yo lo he descrito, éste es el modo en que funciona a la práctica. Si bien en cada juego una persona afortunada gana el gran premio, muchos otros participantes van y vuelven del vendedor local de lotería para adquirir sus boletos, y algunos morirán en accidentes en el camino. Aplicando las estadísticas de la comisión federal de seguridad, y dependiendo de suposiciones como a qué distancia conduce cada individuo, cuántos boletos compra, y cuánta gente está envuelta en un accidente típico, encuentras que una estimación razonable de esas fatalidades es aproximadamente una muerte por sorteo.

Los gobiernos estatales tienen tendencia a ignorar cualquiera de tales argumentos sobre los posibles malos efectos de las loterías. Eso es porque, en gran parte, saben lo suficiente sobre expectativa matemática como para disponer que por cada billete vendido, las ganancias esperadas —el dinero del premio total dividido por el número de billetes vendidos— sean menores que el coste del billete. Esto deja generalmente una diferencia considerable que puede ser desviada a los fondos del estado. En 1992, sin embargo, algunos inversores en Melbourne, Australia, se dieron cuenta de que el estado de Virginia violaba este principio.^[91] La lotería suponía escoger seis números del 1 al 44. El triángulo de Pascal, si encontrásemos uno que llegase tan arriba, mostraría que hay 7.059.052 maneras de escoger seis números de un grupo de 44. El premio gordo era de 27 millones de dólares, y con un segundo, un tercer y un cuarto premio incluidos el bote crecía hasta 27.918.561 dólares. Y por tanto, razonaron los inteligentes inversores, si compraban un billete con cada una de las 7.059.052 posibles combinaciones de números, el valor de esos billetes igualaría el valor del bote. Eso hacía que cada billete valiera aproximadamente 27,9 millones dividido por 7.059.052, o aproximadamente 3,95 dólares. ¿A qué precio estaba vendiendo el estado de Virginia, en toda su sabiduría, los billetes? A un dólar, lo habitual.

Los inversores australianos rápidamente encontraron 2.500 pequeños inversores en Australia, Nueva Zelanda, Europa y Estados Unidos dispuestos a aportar una media de 3.000 dólares cada uno. Si la estrategia funcionaba, el rendimiento de la inversión sería de aproximadamente 10.800 dólares. Existían algunos riesgos en su plan. Por supuesto, debido a que no eran los únicos comprando boletos, era posible que otro jugador o incluso más de uno escogiera también el boleto ganador, lo que significaría que tendrían que dividir el bote. En las 170 veces que se había sorteado la lotería, no hubo ganador 120 veces, un sólo ganador 40 veces, y dos ganadores sólo diez veces. Si esas frecuencias reflejaban con precisión sus probabilidades, entonces los datos sugerían que había una posibilidad de 120/170 de que conseguirían todo el bote para ellos, una posibilidad de 40/170 de

que terminarían con la mitad del bote, y una posibilidad de 10/170 de que ganarían solamente una tercera parte. Volvieron a hacer el cálculo según el principio de Pascal de la expectativa matemática y encontraron que sus ganancias esperadas eran de $(120/170 \times 27,9 \text{ millones de dólares}) + (40/170 \times 13,95 \text{ millones de dólares}) + (10/170 \times 6,975 \text{ millones de dólares}) = 23,4 \text{ millones de dólares}$. Esto es, 3,31 dólares por boleto, incluso después de los gastos, un gran beneficio para un dólar de desembolso.

Había otro peligro: la pesadilla logística de completar la compra de todos los boletos antes de la fecha límite de la lotería. Eso podría llevar al gasto de una cantidad significativa de sus fondos, pero sin ningún premio significativo que mostrar por ésta.

El grupo inversor hizo cuidadosas preparaciones. Rellenaron 1,4 millones de papeletas a mano como requerían las reglas, cada papeleta válida para cinco juegos. Situaron grupos de compradores en 125 sucursales, y obtuvieron la cooperación de tiendas de comestibles que sacaban provecho de cada boleto que vendían. El plan se puso en marcha sólo 72 horas antes de la fecha límite. Los empleados de las tiendas de comestibles trabajaban por turnos para vender la máxima cantidad de boletos posibles. Una tienda vendió 75.000 en las últimas 48 horas. Una cadena aceptó cheques de banco para 2,4 millones de boletos y asignó el trabajo de imprimir los boletos entre sus tiendas, y contrató mensajeros para recogerlos. Aun así, al final, el grupo se quedó sin tiempo: habían comprado sólo 5 millones de los 7.059.052 boletos.

Pasaron varios días después de que fuera anunciado el boleto ganador, y nadie fue a presentarlo. El consorcio había ganado, pero les costó todo ese tiempo encontrar el boleto ganador. Entonces, cuando los funcionarios de la lotería estatal descubrieron lo que habían hecho se mostraron reacios a pagar. Tras un mes de riñas legales, los funcionarios concluyeron que no tenían ningún motivo válido para rechazar al grupo. Finalmente, pagaron el premio.

Pascal contribuyó al estudio de la aleatoriedad con sus ideas sobre recuento, y con el concepto de expectativa matemática. ¿Quién sabe qué más habría descubierto, a pesar de su renuncia a las matemáticas, si su salud hubiese aguantado? Pero no lo hizo. En julio de 1662, Pascal volvió a caer gravemente enfermo. Sus médicos prescribieron sus remedios habituales, lo sangraron y le administraron violentas purgas, enemas y vomitivos. Mejoró un tiempo, y entonces volvió la enfermedad, junto con severos dolores de cabeza, vértigos y convulsiones. Pascal juró que si sobrevivía dedicaría su vida a ayudar a los pobres, y pidió ser

trasladado a un hospital para incurables, a fin de estar en su compañía en el caso de que muriera. Murió, pocos días después, el 19 de agosto de 1662. Tenía treinta y nueve años. Una autopsia mostró que había muerto de una hemorragia cerebral, pero también reveló lesiones en su hígado, estómago e intestinos que justificaban las enfermedades que lo habían afligido durante toda su vida.

Las leyes del duelo: los números grandes y pequeños

En su trabajo, Cardano, Galileo y Pascal asumieron que las probabilidades relevantes en los problemas que afrontaban eran conocidas. Galileo, por ejemplo, asumía que un dado tenía la misma posibilidad de caer sobre cualquiera de sus seis lados. Pero ¿qué solidez tiene tal «conocimiento»? Los dados del Gran Duque fueron probablemente diseñados para que no favorecieran a ningún lado, pero eso no significa que realmente se consiguiera equidad. Galileo podría haber puesto a prueba su suposición observando un determinado número de tiradas y tomando nota de la frecuencia con la que salía cada lado. Pero si repitiera el test varias veces probablemente encontraría una distribución ligeramente diferente cada vez, e incluso tales pequeñas desviaciones podrían haber tenido importancia dada la mínima diferencia que se le había pedido que explicara. Con tal de hacer el trabajo previo sobre aleatoriedad aplicable al mundo real ese tema se tenía que abordar: ¿qué conexión hay entre probabilidades subyacentes y resultados observados? ¿Qué significa, desde el punto de vista práctico, decir que las posibilidades son de 1 entre 6 de que un dado salga 2? Si esto no significa que en cualquier serie de tiradas el dado salga dos exactamente una sexta parte de las veces, entonces ¿en qué basamos nuestra creencia de que las probabilidades de sacar un 2 realmente son de 1 entre 6? ¿Y qué significa cuando un doctor dice que una droga tiene un 70% de efectividad, o que tiene efectos secundarios graves en el 1% de los casos, o cuando un sondeo encuentra que un candidato tiene el 36% del apoyo? Éstas son preguntas profundas, relacionadas con el mismísimo significado del concepto de la aleatoriedad, un concepto que a los matemáticos todavía les gusta debatir.

Entablé esa discusión recientemente un día cálido de primavera con un estadístico procedente de la Universidad Hebrea de Jerusalén, Moshe, que se sentaba al otro lado de la mesa de almuerzo en Caltech. Entre cucharadas de yogur desnatado Moshe propugnó la opinión de que los números realmente aleatorios no

existen. «No existe nada como eso», dijo. «Oh, publican gráficos y escriben programas de ordenador, pero sólo están engañándose a ellos mismos. Nadie ha encontrado nunca un método de producir aleatoriedad que sea mejor que lanzar un dado, y lanzar un dado simplemente no lo hará».

Moshe blandió su cuchara de plástico hacia mí. Estaba agitado entonces. Sentí que había una conexión entre sus sensaciones sobre la aleatoriedad y sus convicciones religiosas. Moshe es judío ortodoxo, y sabía que mucha gente religiosa tenía problemas en pensar que Dios podía permitir que existiera la aleatoriedad. «Supongamos que quieres una serie de N números aleatorios entre el uno y el seis», me dijo. «Lanzas el dado N veces, y anotas la serie de N números que salen. ¿Es ésa una serie aleatoria?»

No, afirmé, porque nadie puede hacer un dado perfecto. Siempre habrá algunos lados que serán favorecidos, y algunos que serán desfavorecidos. Puede que se tarde mil tiradas en apreciar la diferencia, o un billón, pero finalmente lo harás. Verás más cuatros que seises, o quizá menos. Cualquier dispositivo hecho por el hombre está destinado a sufrir esa imperfección, dijo, porque los seres humanos no tienen acceso a la perfección. Eso puede ser, pero la naturaleza sí que lo tiene, y ocurren sucesos realmente aleatorios en el ámbito atómico. De hecho, son las mismísimas bases de la teoría cuántica, de modo que pasamos el resto del almuerzo en una discusión de óptica cuántica.

Hoy en día, los generadores cuánticos de tecnología punta producen números realmente aleatorios a partir de la tirada de perfectos dados cuánticos de la naturaleza. En el pasado, la perfección necesaria para la aleatoriedad había sido una meta escurridiza. Una de las propuestas más creativas llegó de los sindicatos del crimen de Harlem de la ciudad de Nueva York hacia 1920.^[92] Como necesitaban un suministro diario de números aleatorios de 5 dígitos para una lotería ilegal, burlaron a las autoridades utilizando los últimos cinco dígitos de la balanza fiscal nacional (al escribir esto el gobierno de Estados Unidos tiene una deuda de 8.995.800.515.946,50 dólares, o 29.679,02 dólares por persona, de modo que hoy en día ¡podrían haber obtenido sus cinco dígitos de la deuda per cápita!). Su «lotería fiscal», sin embargo, estaba reñida no sólo con la ley criminal sino con la ley científica, porque según una regla llamada «ley de Benford» los números que surgen así no son aleatorios, sino que están más bien predispuestos a favor de los dígitos más bajos.

La ley de Benford fue descubierta no por un tipo llamado Benford, sino por el astrónomo americano Simón Newcomb. Allá por 1881 Newcomb se dio cuenta de que las páginas de los libros de tablas logarítmicas que correspondían a números

que empezaban con la cifra 1 estaban más sucias y desgastadas que las páginas correspondientes a números que empezaban con la cifra 2, y así sucesivamente hasta llegar a las páginas correspondientes a números que empezaban con la cifra 9, que en comparación parecían limpias y nuevas. Asumiendo que a largo plazo el desgaste era proporcional al uso, Newcomb concluyó de su observación que los científicos con los que compartía el libro estaban trabajando con datos que reflejaban esa distribución de dígitos. El nombre común de la ley surgió después, en 1938, cuando Frank Benford se dio cuenta de lo mismo cuando examinaba las tablas logarítmicas en el laboratorio de investigación de General Electric en Schenectady, Nueva York, y resucitó la idea largamente olvidada de Newcomb. Pero nadie comprobó la ley; eso no sucedió hasta 1995, en el trabajo de un matemático del Georgia Institute of Technology llamado Ted Hill.

Según la ley de Benford, más que aparecer todos los nueve dígitos con igual frecuencia, el número 1 debería aparecer como primer dígito aproximadamente el 30% de las veces; el dígito 2, aproximadamente el 18% de las veces; y así sucesivamente, hasta llegar al dígito 9, que debería aparecer como primer dígito aproximadamente el 5% de las veces. Una ley similar, aunque menos fuerte, se aplica a los últimos dígitos. Muchas clases de datos obedecen la ley de Benford, en particular los datos financieros. De hecho, la ley parece hecha a medida como herramienta para excavar a través de grandes cantidades de datos en busca de fraude.

Una famosa aplicación apareció cuando un joven capitalista llamado Kevin Lawrence reunió 91 millones de dólares para crear una cadena de gimnasios de alta tecnología.^[93] Hinchado de dinero, Lawrence entró en acción, contratando un grupo de ejecutivos y gastándose el dinero de sus inversores tan rápido como lo reunía. Todo eso hubiera estado bien excepto por un detalle. Él y sus cohortes no se estaban gastando el dinero en el negocio, sino mayoritariamente en asuntos personales. Y como varias casas, veinte embarcaciones personales, 47 coches (incluyendo cinco Hummers, cuatro Ferraris, tres Dodge Vipers, dos DeThomaso Panteras y un Lamborghini Diablo), dos relojes Rolex, un brazalete de diamantes de 21 quilates, una espada samurái de 200.000 dólares, y una máquina comercial para hacer algodón azucarado habrían sido difícilmente justificables como gastos necesarios del negocio, Lawrence y sus compinches intentaron borrar sus huellas transfiriendo el dinero de los inversores entre una compleja red de cuentas de bancos y empresas fantasmas para dar la apariencia de un negocio bullicioso y en crecimiento. Desafortunadamente para ellos, un contable forense desconfiado llamado Darrell Dorrell recopiló una lista de más de 70.000 números representando sus diversas cuentas y transferencias y comparó la distribución de dígitos con la ley de Benford.

Suspendieron el examen.^[94] Eso, naturalmente, fue sólo el principio de la investigación, pero a partir de este momento el desarrollo de la trama resulta previsible. La historia confluyó el día anterior a Acción de Gracias de 2003, cuando, flanqueado por sus abogados y vestido con un atuendo de prisión azul claro, Kevin Lawrence fue sentenciado a veinte años de cárcel sin posibilidad de libertad condicional. El IRS^[95] también ha estudiado la ley de Benford como un modo de identificar a defraudadores de impuestos. Un investigador incluso aplicó la ley a trece años de devolución de impuestos de Bill Clinton. Encajaban.^[96]

Presumiblemente ni el sindicato de Harlem ni sus clientes se dieron cuenta de las desviaciones de la aleatoriedad de sus números de lotería. Pero si hubieran jugado a su lotería personas como Newcomb, Benford o Hill, en principio podrían haber usado la ley de Benford para hacer apuestas favorables y ganar un bonito suplemento a su salario de estuudio.

En 1947 los científicos de Rand Corporation necesitaban una gran tabla de dígitos aleatorios para un propósito más admirable: ayudar a encontrar soluciones aproximadas de determinadas ecuaciones matemáticas utilizando una técnica acertadamente llamada «el método Monte Carlo». Para generar estos dígitos, utilizaban un ruido generado electrónicamente, una especie de ruleta electrónica. ¿Es el ruido electrónico aleatorio? Ésa es una pregunta tan sutil como la definición misma de la aleatoriedad.

En 1896 el filósofo estadounidense Charles Sanders Peirce escribió que una muestra aleatoria es una «tomada según un precepto o método que, siendo aplicado una y otra vez indefinidamente, a largo plazo resultará en el dibujo de cualquiera de un grupo de casos tan a menudo como cualquier otro grupo del mismo número».^[97] Esto se denomina interpretación frecuencial de la aleatoriedad. La principal alternativa a esto se denomina interpretación subjetiva. Mientras que en la interpretación frecuencial juzgas una muestra por el modo en que resulta, en la interpretación subjetiva juzgas una muestra por el modo en que se produce. Según la interpretación subjetiva, un número o grupo de números se considera aleatorio si no sabemos o no podemos predecir cómo resultará el proceso que lo produce.

La diferencia entre las dos interpretaciones tiene más matices de lo que parece. Por ejemplo, en un mundo perfecto una tirada de dado sería aleatoria para la primera definición pero no para la segunda, ya que todos los lados son igualmente probables, pero podríamos (en un mundo perfecto) utilizar nuestro conocimiento exacto de las condiciones físicas y las leyes de la física para determinar antes de cada tirada cómo reposará el dado. En el mundo imperfecto real, sin embargo, una tirada

de dado es aleatoria según la segunda definición pero no según la primera. Eso es porque, como Moshe señaló, debido a sus imperfecciones un dado no descansará en cada lado con igual frecuencia; no obstante, debido a nuestras limitaciones no tenemos conocimiento previo sobre que cualquier lado esté favorecido respecto a otro.

A fin de decidir si su tabla era aleatoria, los científicos de Rand la sometieron a varias pruebas. Sobre una inspección más profunda, se demostró que su sistema tenía predisposiciones, como los dados imperfectos arquetípicos de Moshe.^[98] Los científicos de Rand perfeccionaron su sistema, pero nunca pudieron desterrar completamente las irregularidades. Como dijo Moshe, el caos completo es irónicamente un tipo de perfección. De todas formas, los números de Rand demostraron una aleatoriedad «suficiente» para ser útiles, y la empresa los publicó en 1955 bajo el pegadizo título de *Un millón de dígitos aleatorios*.

En su investigación, los científicos de Rand indagaron en un problema de ruleta que había sido descubierto, de algún modo abstracto, casi un siglo antes por un inglés llamado Joseph Jagggers.^[99] Jagggers era ingeniero y mecánico de la industria del algodón en Yorkshire, de modo que tenía un sentido intuitivo para detectar las habilidades —y defectos— de la maquinaria, y un día de 1873 pasó de aplicar su intuición y fértil mente del algodón al dinero. ¿Con qué perfección, se preguntó, puede funcionar realmente una ruleta en Monte Carlo?

La ruleta, inventada, al menos según la leyenda, por Blaise Pascal mientras estaba jugueteando con una idea para una máquina de movimiento perpetuo, es básicamente un gran cuenco con paredes inclinadas (llamadas separadores) para separar compartimientos. Cuando se hace girar la rueda una canica brinca en el cuenco y finalmente se para en uno de esos compartimientos, que están numerados del 1 al 36, más el 0 (y también el 00 en las ruletas americanas). El trabajo del apostador es sencillo: adivinar en qué compartimiento reposará la canica. La existencia de ruletas es una prueba bastante buena de que los médiums legítimos no existen, porque, en Monte Carlo, si apuestas un dólar por un compartimiento y la canica se para allí, la casa te paga 35 dólares (más tu dólar inicial). De modo que si los médiums existieran realmente los verías en sitios como ése, ululando y bailando y empujando una carretilla con dinero por la calle, no en las páginas de Internet llamándose Zeldaquien-sabe-y-ve-todo y ofreciendo 24 horas gratis de consejos de amor *on-line* en competencia con (según Google) aproximadamente 1,2 millones de otras páginas de médiums. Por supuesto, tanto el futuro como, cada vez más, el pasado, desafortunadamente se presenta oscurecido por una niebla espesa. Pero sé una cosa: mis posibilidades de perder en la ruleta europea son de 36 sobre 37. La

posibilidades de ganar de 1 entre 37. Eso significa que la expectativa matemática es que por cada dólar que apueste el casino ganará $36/37$ veces 1 dólar menos $1/37$ veces 35 dólares. Esto lleva a $1/37$ de un dólar, o aproximadamente 2,7 centavos. Dependiendo del estado de mi mente, es el precio que pago por disfrutar viendo la pequeña canica brincando alrededor de una gran rueda brillante, o también por la oportunidad de tener relampagueos (en el buen sentido).

Al menos así es como se supone que funciona.

Pero ¿lo hace? Sólo si las ruletas están perfectamente equilibradas, pensaba Jagggers, y había trabajado con suficientes máquinas como para compartir el punto de vista de Moshe. Estaba dispuesto a apostar que no lo estaban. De modo que reunió sus ahorros, viajó a Monte Cario y contrató a seis ayudantes, uno por cada una de las seis ruletas del casino. Cada día sus ayudantes observaban las ruedas, anotando cada número que salía en las doce horas que estaba abierto el casino. Por la noche, de vuelta a su habitación de hotel, Jagggers analizaba los números. Después de seis días Jagggers aún no había detectado ninguna tendencia en cinco de las seis ruedas, pero en la sexta rueda aparecían perceptiblemente más a menudo nueve números que los otros. De modo que se dirigió al casino y empezó a apostar fuerte a los nueve números favorecidos: 7,8,9,17,18,19,22,28 y 29.

Cuando el casino cerró por la noche Jagggers tenía 70.000 dólares. Esto no pasó desapercibido. Otros clientes pulularon por su mesa, apostando su propio dinero para conseguir algo bueno. Y todos los inspectores del casino estaban a su alrededor, tratando de descifrar su sistema o, mejor, intentando cazarlo haciendo trampas de algún modo. El cuarto día Jagggers había acumulado 300.000 dólares, y el casino estaba desesperado por deshacerse del misterioso tipo, o al menos por desbaratar su sistema. Uno se imagina que esto se consigue mediante un tío fuerte de Brooklyn. En realidad el casino utiliza algo mucho más inteligente.

Al día siguiente Jagggers empezó a perder. Las pérdidas de Jagger, así como sus ganancias, no era algo que pudieras reconocer inmediatamente. Antes y después del truco del casino ganaría algo y perdería algo, sólo que ahora perdía más a menudo. Con el pequeño margen que concedía el casino, hubieran sido necesarias unas apuestas muy concienzudas para agotar los fondos de Jagggers, pero después de cuatro días de chupar del dinero del casino, Jagggers no estaba para aflojar. Cuando su cambio de suerte lo desalentó, Jagggers había perdido la mitad de su fortuna. Uno puede imaginarse que por entonces tendría un humor amargo, sin mencionar el humor de sus parásitos. ¿Cómo podía fallar de repente su estratagema?

Jaggers realizó una astuta observación. En las docenas de horas que estuvo ganando se había fijado en un araño diminuto en la ruleta. Este araño ahora no estaba. ¿Lo había arreglado el casino amablemente de modo que él pudiera conducirlos a la bancarrota a lo grande? Jaggers supuso que no, y revisó las otras ruletas. Una de ellas tenía un araño. El casino había supuesto correctamente que sus días de éxito estaban de alguna manera relacionados con la rueda en la que jugaba, de modo que por la noche intercambiaron las ruedas. Jaggers se trasladó, y de nuevo empezó a ganar. Pronto había superado las ganancias que había obtenido, hasta llegar a casi medio millón.

Desafortunadamente para Jaggers, el casino, había identificado finalmente su estratagema, encontró un nuevo método para desbaratarlo. Decidieron mover los separadores cada noche después de cerrar, turnándolos a lo largo de la rueda, de modo que cada día el desequilibrio de la rueda favoreciera números diferentes, números desconocidos para Jaggers. Jaggers empezó a perder de nuevo, y acabó renunciando. Con su carrera en el juego finalizada, Jaggers dejó Monte Carlo con 325.000 dólares en mano, aproximadamente 5 millones de dólares hoy en día. De vuelta a casa, dejó su trabajo en el molino e invirtió su dinero en bienes inmuebles.

Puede parecer que la estratagema de Jaggers fuera una cosa segura, pero no lo era. Incluso en una rueda perfectamente equilibrada no saldrá el cero, el uno, el dos, el tres, etc., con exactamente las mismas frecuencias, como si los números a la cabeza esperasen educadamente a los rezagados para ponerse a su nivel. En cambio, algunos números están destinados a salir con más frecuencia que la media, otros menos a menudo. Y por lo tanto, incluso después de seis días de observaciones, quedaba una posibilidad de que Jaggers estuviera equivocado. Las frecuencias más altas que observó para determinados números podían haber surgido debido al azar, y no reflejar probabilidades más altas. Eso significa que Jaggers, también, tenía que enfrentarse a la pregunta que planteamos al principio de este capítulo: dado un grupo de probabilidades subyacentes, ¿qué precisión se espera hallar en tus observaciones acerca de un sistema para ajustarse a esas probabilidades? Así como el trabajo de Pascal llegó con el novedoso clima de la revolución científica, la respuesta a esta pregunta llegaría en medio de una revolución en las matemáticas: la invención del cálculo.

En 1680 un gran cometa navegó por nuestro vecindario del sistema solar. Navegó tan cerca que la diminuta fracción de luz solar que reflejó fue suficiente para hacerlo visible en el cielo nocturno de nuestro propio planeta. El cometa fue visto por primera vez en esa parte de la órbita de la Tierra llamada noviembre, y meses más tarde el objeto siguió teniendo un escrutinio visual intenso, por lo que su

recorrido fue registrado con gran detalle. En 1687, Isaac Newton utilizaría estos datos como ejemplo en su estudio de su ley del cuadrado inverso de la gravedad. Y, en una noche clara, en esa parcela de tierra llamada Basilea, en Suiza, otro hombre destinado a la grandeza también estaba prestando atención. Se trataba de un joven teólogo que, mirando fijamente a la luz difusa y brillante del cometa, se dio cuenta que eran las matemáticas, no la Iglesia, con lo que quería ocupar su vida.^[100] Con el brote de esa comprensión no sólo cambió la propia carrera de Jakob Bernoulli, sino que surgiría el mayor árbol familiar en la historia de las matemáticas: en el siglo y medio que va desde el nacimiento de Jacob hasta 1800, la familia Bernoulli produjo muchos descendientes, de los cuales aproximadamente la mitad tenían talento, incluyendo ocho matemáticos célebres, algunos de los cuales (Jakob, su hermano más pequeño Johann, y el hijo de Johann, Daniel) se cuentan hoy en día entre los más grandes matemáticos de todos los tiempos.

En esa época, los cometas eran considerados por los teólogos y por el público en general como señales de la ira divina, y Dios debía haber parecido bastante cabreado para crear éste, pues ocupaba más de la mitad del cielo visible. Un predicador lo había llamado un «aviso celestial del omnipotente y sagrado Dios escrito y colocado ante los impotentes y profanos hijos de los hombres».^[101] Auguraba, escribió, «un cambio significativo en el espíritu o en asuntos mundanos» para su país o ciudad. Jakob Bernoulli tenía otro punto de vista. En 1681, publicó un panfleto titulado «Método recién descubierto de cómo el recorrido de un cometa de una estrella con cola se puede reducir a determinadas leyes fundamentales, y su aparición predicha».

Bernoulli se había adelantado a Newton sobre el cometa por un espacio de seis años. Al menos lo habría adelantado si su teoría hubiera sido correcta. No lo era, pero afirmar públicamente que los cometas siguen una ley natural y no el capricho de Dios fue tener agallas, especialmente teniendo en cuenta que el año anterior — sesenta años después de la condena de Galileo — el catedrático de matemáticas de la Universidad de Basilea, Peter Megerlin, había sido duramente atacado por los teólogos por aceptar el sistema copernicano, e inhabilitado para enseñar en la universidad. Un imponente cisma se avecinaba entre los matemáticos-científicos y los teólogos de Basilea, y Bernoulli se estaba posicionando de lleno en el lado de los científicos.

El talento de Bernoulli pronto atrajo el abrazo de la comunidad matemática, y cuando Megerlin murió a finales de 1686, Bernoulli lo sucedió como profesor de matemáticas. Por aquel entonces, Bernoulli estaba trabajando en problemas relacionados con los juegos de azar. Una de sus mayores influencias era un libro del

matemático y científico holandés Christian Huygens, quien, además de mejorar el telescopio y ser el primero en entender los anillos de Saturno, crear el primer reloj de péndulo (basado en las ideas de Galileo) y ayudar a desarrollar la teoría de ondas de la luz, había escrito el libro como un manual matemático sobre probabilidad inspirado en las ideas de Pascal y Fermat.

Para Bernoulli, el libro de Huygens era una inspiración. Y, sin embargo, veía en la teoría presentada por Huygens graves limitaciones. Podía ser suficiente para los juegos de azar, pero ¿qué pasaba con aspectos de la vida más subjetivos? ¿Cómo se puede asignar una probabilidad determinada a la credibilidad de una declaración legal? O ¿quién era el mejor golfista, el rey Carlos I de Inglaterra o María Estuardo, la reina de los escoceses (ambos eran golfistas entusiastas)? Bernoulli creía que para que fuera posible una toma de decisiones racional, debería existir un modo fiable y matemático para determinar las probabilidades en cualquier circunstancia particular. Su opinión reflejaba la cultura de la época, en la que conducir los asuntos de uno consistentes en expectativa probabilística era considerada el signo de una persona razonable. Pero no era sólo por la subjetividad por lo que Bernoulli sentía limitada la vieja teoría del azar. También reconocía que no estaba diseñada para situaciones de ignorancia, en las que las probabilidades de varios resultados se podían definir en principio, pero a la práctica eran desconocidas. Es el tema que discutí con Moshe, y que Jagers tuvo que tratar. ¿Cuáles son las probabilidades de que un dado imperfecto dé seis? ¿Cuáles son tus posibilidades de contraer la peste? ¿Cuál es la probabilidad de que tu peto resista la estocada de una larga espada? Tanto en situaciones subjetivas como inciertas, Bernoulli creía que sería «una locura» esperar el tipo de conocimiento previo, o a priori, de las probabilidades previstas en el libro de Huygens.^[102]

Bernoulli vio la respuesta en los mismos términos que más tarde vería Jagers: en lugar de depender de las probabilidades dadas, podemos intentar descubrirlas a través de la observación. Siendo matemático, intentó precisar la idea. Dado que ves un determinado número de vueltas de ruleta, ¿cuánto podemos acercarnos a las probabilidades subyacentes, y con qué nivel de seguridad? Volveremos a esas preguntas en el siguiente capítulo, pero no son exactamente las preguntas que Bernoulli era capaz de contestar. En su lugar contestó una pregunta muy relacionada: ¿cómo se reflejan las probabilidades subyacentes en los resultados actuales? Bernoulli consideró obvio que estamos justificados al esperar que a medida que aumentemos el número de pruebas las frecuencias observadas reflejen —cada vez mejor— sus probabilidades subyacentes. Sin duda alguna, no fue el primero en creer eso. Pero fue el primero en dar al tema un tratamiento formal, en demostrar la idea y en cuantificarla: ¿cuántas pruebas son necesarias, y qué seguridad podemos

tener? También estuvo entre los primeros en apreciar la importancia de la nueva materia del cálculo al tratar estas cuestiones.

El año que Bernoulli fue nombrado catedrático en Basilea resultó ser un año clave en la historia de las matemáticas. Fue el año en que Leibniz publicó su revolucionario artículo exponiendo los principios del cálculo integral, un complemento a su artículo de 1684 sobre cálculo diferencial. Newton publicaría su propia versión sobre el tema en 1687, en su *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, o *Principios matemáticos de filosofía natural*, a menudo llamado simplemente *Principia*. Estos avances serían la clave para el trabajo de Bernoulli sobre aleatoriedad.

Cuando Leibniz y Newton publicaron sus textos, ambos habían trabajado en la materia durante años, pero sus casi simultáneas publicaciones imploraban controversia sobre quién obtendría el reconocimiento de la idea. El gran matemático Karl Pearson (al que encontraremos de nuevo en el capítulo 8) dijo que «la reputación de los matemáticos se mantiene en la posteridad largamente no por lo que hicieron, sino por lo que sus contemporáneos les atribuyeron».^[103] Quizá Newton y Leibniz hubieran estado de acuerdo con eso. En cualquier caso, tampoco fue una buena pelea, y el ganador resultó rencoroso. Por entonces, el resultado fue diverso. Los alemanes y los suizos aprendieron cálculo del trabajo de Leibniz, y los ingleses y muchos de los franceses del de Newton. Desde el punto de vista moderno existe muy poca diferencia entre los dos, pero a largo plazo la contribución de Newton se enfatiza a menudo porque parece que realmente tuvo la idea antes y porque en los *Principia* utilizó su invención en la creación de la física moderna, haciendo de ellos probablemente el mayor libro científico jamás escrito. Leibniz, sin embargo, había desarrollado una notación mejor, y son sus símbolos los que a menudo se usan en cálculo hoy en día.

Ninguna publicación de las dos era fácil de seguir. Además de ser el mejor libro, los *Principia* de Newton también se han considerado «uno de los libros más inaccesibles nunca escritos».^[104] Y el trabajo de Leibniz, según uno de los biógrafos de Jakob Bernoulli, «no lo entendía nadie», era no sólo poco claro, sino que, por añadidura, estaba lleno de erratas. El hermano de Jakob, Johann, lo llamó «un enigma más que una explicación».^[105] De hecho, eran ambos trabajos tan incomprensibles que los eruditos han especulado que ambos autores podrían haber hecho sus trabajos intencionadamente difíciles de entender para que no interesasen a los aficionados. Esta enigmática característica era una ventaja para Jakob Bernoulli, sin embargo, porque separaba el grano de la paja y su intelecto caía en la primera categoría. Por lo tanto, una vez hubo descifrado las ideas de Leibniz, poseyó un arma

compartida solamente por un puñado más en el mundo entero, con ésta, podía fácilmente resolver problemas que eran extremadamente difíciles para otros.

El conjunto de conceptos fundamentales tanto para el cálculo como para el trabajo de Bernoulli es el de las secuencias, series y límites. El término «secuencia» significa prácticamente lo mismo para un matemático que para cualquier otra persona: una sucesión de elementos, como puntos o números. Una serie es simplemente la suma de una secuencia de números. Y, hablando en términos generales, si los elementos de una secuencia parecen dirigirse a algún sitio —hacia un punto final particular o un número particular—, entonces eso se llama «el límite de la secuencia».

Aunque el cálculo representa una nueva sofisticación en la comprensión de las secuencias, como muchas otras, esa idea ya era familiar para los griegos. En el siglo V a. C., de hecho, el filósofo griego Zenón utilizó una curiosa secuencia para formular una paradoja que todavía hoy en día se debate entre los estudiantes de filosofía de las universidades, especialmente después de tomar unas cuantas cervezas. La paradoja de Zenón es la que sigue: supongamos que una estudiante desea dar un paso hacia la puerta, que está a un metro de distancia. (Elegimos un metro por conveniencia, pero el mismo argumento sirve para una milla, o cualquier distancia.) Antes de llegar allí, primero debe llegar a la mitad del camino. Pero a fin de alcanzar el punto a mitad de camino debe llegar primero al punto a mitad de camino del punto a mitad de camino, es decir, el punto a un cuarto de camino. Y así sucesivamente, *ad infinitum*. En otras palabras, a fin de alcanzar su destinación debe recorrer esta secuencia de distancias: $1/2$ metro, $1/4$ de metro, $1/8$ de metro, $1/16$ de metro, y así sucesivamente. Zenón sostenía que, debido a que esta secuencia sigue para siempre, la estudiante tenía que atravesar un número infinito de distancias finitas. Eso, dijo Zenón, debería llevar una cantidad infinita de tiempo. Conclusión de Zenón: nunca puedes llegar a ningún sitio.

A lo largo de los siglos los filósofos, desde Aristóteles hasta Kant, han debatido este dilema. Diógenes el cínico tomó el enfoque empírico; sencillamente anduvo unos pocos pasos y se dio cuenta que de hecho las cosas sí se movían. Para aquéllos de nosotros que no somos estudiantes de filosofía, eso suena como una respuesta bastante buena. Pero no hubiera impresionado a Zenón. Zenón sabía del enfrentamiento entre esta prueba lógica y la evidencia de sus sentidos; es sólo que, a diferencia de Diógenes, Zenón confiaba en la lógica. Y Zenón no estaba sólo dándole la vuelta a la tortilla; incluso Diógenes debería haber admitido que su respuesta nos dejaba frente a una pregunta desconcertante (y resulta que también profunda): si nuestra evidencia sensorial es correcta, entonces ¿qué está mal de la

lógica de Zenón?

Consideremos la secuencia de distancias en la paradoja de Zenón: $1/2$ metro, $1/4$ de metro, $1/8$ de metro, $1/16$ de metro, y así sucesivamente (haciéndose cada vez más pequeñas). Esta secuencia tiene un número infinito de términos, de modo que no podemos calcular su suma simplemente sumándolos todos. Pero podemos darnos cuenta de que aunque el número de términos es infinito, esos términos se hacen sucesivamente más pequeños. ¿Puede haber un balance finito entre la corriente interminable de términos y su interminablemente decreciente tamaño? Éste es precisamente el tipo de pregunta que podemos tratar utilizando los conceptos de secuencia, serie y límite. Para ver cómo funciona, en lugar de intentar calcular lo lejos que iría la estudiante después de la infinidad total de intervalos de Zenón, tomemos un intervalo cada vez. Aquí están las distancias de la estudiante después de los primeros intervalos:

Después del primer intervalo: $1/2$ metro; Después del segundo intervalo: $1/2$ metro más $1/4$ de metro, o $3/4$ metros; Después del tercer intervalo: $1/2$ metro más $1/4$ de metro más $1/8$ de metro, o $7/8$ metros; Después del cuarto intervalo: $1/2$ metro más $1/4$ de metro más $1/8$ de metro más $1/16$ metros, o $15/16$ metros; Hay un patrón en estos números: metro, $3/4$ metros, $7/8$ metros, $15/16$ metros... El denominador es una potencia de dos, y el numerador es uno menos que el denominador. Podemos adivinar de este patrón que después de 10 intervalos habrá recorrido $1023/1024$ metros, después de 20 intervalos, $1.048.575/1.048.576$ metros, y así sucesivamente. El patrón deja claro que Zenón acierta en que cuantos más intervalos incluimos mayor es la suma de distancias que obtenemos, pero que se equivoca cuando dice que la suma tiene que dirigirse al infinito. En cambio, los números parece que se estén aproximando al número uno; o, como diría un matemático, un metro es el límite de esta secuencia de distancias. Eso tiene sentido porque, aunque Zenón dividió el viaje en un número infinito de intervalos, después de todo la estudiante tenía que ponerse en camino para recorrer sólo un metro.

La paradoja de Zenón concierne a la cantidad de tiempo que se tarda en hacer el viaje, no la distancia cubierta. Si la estudiante fuera realmente forzada a hacer pasos individuales para cubrir cada uno de los intervalos de Zenón, tendría, de hecho, algún problema de tiempo (¡sin mencionar la dificultad de hacer pasos submilimétricos!) Pero si se le concediera moverse a velocidad constante sin pararse en los puestos de control imaginarios de Zenón —y ¿por qué no?— entonces el tiempo que tardaría en recorrer cada uno de los intervalos es proporcional a la distancia cubierta en ese intervalo, y por tanto, ya que la distancia total es finita, también lo es el tiempo total, y afortunadamente para todos nosotros el movimiento

es posible después de todo.

Si bien el concepto moderno de límites no fue desarrollado hasta mucho después de la vida de Zenón, e incluso de la de Bernoulli —llegó en el siglo XIX—,^[106] es este concepto el que informa sobre el espíritu del cálculo, y es desde ese espíritu desde el cual Jakob Bernoulli abordó la relación entre probabilidades y observación. En particular, Bernoulli investigó lo que pasaba en el límite de un gran número arbitrario de observaciones repetidas. Lancemos una moneda (equilibrada) diez veces y observaremos siete caras, pero lancémosla tropecientos veces, y más probablemente se acercará mucho al 50%. En los años cuarenta un matemático surafricano llamado John Kerrich decidió probar esto con un experimento práctico, lanzando una moneda lo debería haber parecido como si fueran tropecientos veces —realmente fueron 10.000— y anotando los resultados de cada lanzamiento.^[107] Quizá pensemos que Kerrich podría tener cosas mejores que hacer, pero entonces era un prisionero de guerra; tuvo mala suerte, pues se encontraba haciendo turismo en Copenhague cuando los alemanes invadieron Dinamarca en abril de 1940. Según los datos de Kerrich, después de 100 tiradas sólo tenía el 44% de caras, pero cuando alcanzó las 10.000, el número era mucho más cercano a la mitad, 50,67%. ¿Cómo se cuantifica este fenómeno? Ése fue el logro de Bernoulli.

Según el historiador y filósofo de la ciencia Ian Hacking, el trabajo de Bernoulli «llegó al público con un brillante portento de todas las cosas que sabemos sobre eso ahora; su profundidad matemática, sus aplicaciones prácticas ilimitadas, su retorcida dualidad y su constante invitación a filosofar. La probabilidad había surgido completamente». En palabras más modestas de Bernoulli, su estudio demostró ser «una novedad, así como... de gran utilidad». También era un trabajo, escribió Bernoulli, de «gran dificultad».^[108] Trabajó en él durante veinte años.

Jakob Bernoulli llamaba al teorema que fue la cumbre de sus treinta años de esfuerzos su «teorema de oro». Las versiones modernas de éste que difieren en sus matices técnicos tienen varios nombres: teorema de Bernoulli, la ley de los grandes números y la ley débil de los grandes números. La expresión «ley de los grandes números» se utiliza porque, como hemos comentado, su teorema concierne al modo en que los resultados reflejan probabilidades subyacentes cuando hacemos un gran número de observaciones. Pero aguantaremos con la terminología de Bernoulli y llamaremos al teorema el teorema de oro porque discutiremos el teorema en su forma original.^[109]

Aunque el verdadero interés de Bernoulli recaía en aplicaciones en el mundo real, algunos de sus ejemplos favoritos implicaban un asunto que no se encuentra

en la mayoría de hogares, en concreto una urna llena de guijarros coloreados. En un escenario se imaginaba la urna con 3.000 guijarros blancos y 2.000 negros, una proporción de 60% de guijarros blancos frente a 40% de guijarros negros. En ese ejemplo diriges una serie de sorteos a ciegas desde la urna «con sustitución», es decir, reemplazando cada guijarro antes de sacar el siguiente con tal de no alterar la relación 3:2. Las posibilidades a priori de sacar un guijarro blanco son de 3 entre 5, o del 60%, y por lo tanto en este ejemplo la pregunta central de Bernoulli se convierte en: ¿con qué rigurosidad deberías esperar que la proporción de guijarros blancos sacados conformasen el 60% y con qué probabilidad?

El ejemplo de la urna es bueno porque las mismas matemáticas que describen los guijarros extraídos de una urna se pueden usar para describir cualquier serie de pruebas en la que cada prueba tiene dos posibles resultados, mientras esos resultados sean aleatorios y las pruebas independientes las unas de las otras. Hoy en día, tales pruebas se llaman «ensayos de Bernoulli», y una serie de ensayos de Bernoulli se llama «proceso de Bernoulli». Como hemos mencionado anteriormente, cuando una prueba aleatoria tiene dos resultados posibles, a menudo se los etiqueta arbitrariamente como «éxito» y «fracaso». No se pretende que la etiqueta sea literal, y normalmente no tiene nada que ver con el significado habitual de las palabras, al menos en el sentido de que si no puedes esperar a continuar leyendo este libro es un éxito, y si utilizas el libro para mantenerte a ti y a tu amorcito cálidos cuando se acaban los troncos es un fracaso. Lanzar una moneda, decidir el voto por el candidato A o B, dar a luz un niño o una niña, comprar o no comprar un producto, ser curado o no ser curado, incluso morir o vivir, son ejemplos de ensayos de Bernoulli. Las acciones que tienen múltiples resultados también se pueden modelar como ensayos de Bernoulli si la pregunta que estás haciendo se formula de manera que tenga una respuesta «sí» o «no», como «¿Salió en el dado el número 4?», o «¿Estuvo la temperatura más alta de ayer por encima de los 101 grados Fahrenheit?». Y por lo tanto, aunque Bernoulli escribiera sobre guijarros y urnas, todos sus ejemplos se aplican igualmente a estas y muchas otras situaciones análogas.

Con ese conocimiento volvemos a la urna que contiene un 60% de guijarros blancos. Si extraemos 100 guijarros de la urna (con sustitución), puedes encontrar que exactamente 60 de ellos son blancos, pero también puedes extraer 50 guijarros blancos, o 59. ¿Cuáles son las posibilidades de que extraigas entre el 58 y el 62% de guijarros blancos? ¿Cuáles son las posibilidades de que extraigas entre el 59 y el 61%? ¿Qué seguridad puedes tener si, en lugar de 100, extraes 1.000 guijarros, o 1 millón? Nunca puedes estar totalmente seguro, pero ¿puedes extraer suficientes guijarros para tener una seguridad del 99,9999% de que extraerás entre el 59,9 y el 60,1% de guijarros blancos? El teorema de oro de Bernoulli trata preguntas tales

como éstas.

A fin de aplicar el teorema de oro debemos hacer dos elecciones. Primero, tu tolerancia de error. ¿Qué cerca de la proporción subyacente del 60% estás pidiendo a tu serie de pruebas que estén? Debes elegir un intervalo, como más o menos el 1%, o el 2% o el 0,00001%. Segundo, debes especificar la tolerancia de la incertidumbre. Nunca puedes estar absolutamente seguro de que una prueba dará el resultado que estás esperando conseguir, pero puedes asegurar que obtendrás un resultado satisfactorio 99 veces de cada 100, o 999 de cada 1.000.

El teorema de oro nos dice que siempre es posible extraer «suficientes» guijarros, de modo que el porcentaje de guijarros blancos que extraerás será «casi con toda certeza» «cercano» al 60%, no importa lo exigente que quieras ser en tu definición personal de «casi con toda certeza» y «cercano». También proporciona una fórmula numérica para calcular el número de pruebas que son «suficientes», dadas esas definiciones.

La primera parte de la ley fue un triunfo conceptual, y es la única parte que sobrevive en las versiones modernas del teorema. Con respecto a la segunda parte, la fórmula de Bernoulli, es importante entender que aunque el teorema de oro especifica un número de pruebas suficiente para conseguir tus propósitos de confianza y precisión, no dice que no puedas conseguir tus propósitos con menos pruebas. Eso no afecta la primera parte del problema, por lo que simplemente basta saber que el número de pruebas especificado es finito. Pero Bernoulli también tenía la intención de que el número dado por su fórmula tuviera un uso práctico. Desafortunadamente, en la mayoría de aplicaciones no lo tiene. Por ejemplo, éste es un ejemplo numérico con el que trabajó el propio Bernoulli, aunque he cambiado el contexto. Supongamos que el 60% de los votantes de Basilea apoyan al alcalde. ¿A cuánta gente debes preguntar para que las probabilidades de que encuentres un apoyo al alcalde entre el 58 y el 62% sean del 99,9%, es decir, con una precisión de más o menos el 2%? (Asumamos que, para ser consecuentes con Bernoulli, las personas encuestadas son escogidas al azar, pero «con sustitución».) La respuesta es 25.550, que en tiempos de Bernoulli era aproximadamente toda la población de Basilea. Bernoulli no percibió que ese número fuera impracticable. También sabía que jugadores expertos podían adivinar intuitivamente sus posibilidades de éxito en un nuevo juego basado en una muestra de muchos menos de miles de pruebas del juego.

Una razón por la que la estimación numérica de Bernoulli estuvo tan lejos de la óptima fue que su comprobación se basaba en muchas aproximaciones. Otra razón

es que escogió 99,9% como estándar de certeza, esto es, requería que no más de una vez entre 1.000 la encuesta de aprobación del alcalde estuviera fuera del rango entre el 58 y el 62%. Éste es un estándar muy exigente. Bernoulli lo denominó «certeza moral», para señalar el grado de certeza que él pensaba que una persona razonable requeriría para tomar una decisión razonable basada en esos datos. Quizá sea una medida de cuánto han cambiado los tiempos hoy en día que hayamos abandonado la idea de certeza moral a favor de una que encontraremos en el anterior capítulo, el significado estadístico, de modo que tu respuesta será incorrecta menos de 1 vez entre 20.

Con los métodos matemáticos actuales los estadísticos han demostrado que, en una encuesta como la que he descrito, puedes obtener un resultado de significado estadístico con una precisión de más o menos el 5% encuestando solamente a 370 sujetos. Y si encuestas a 1.000, puedes conseguir un 90% de posibilidades de estar entre el 2% del resultado verdadero (60% de apoyos). Pero a pesar de estas limitaciones, el teorema de oro de Bernoulli fue un hito porque demostró, al menos en principio, que una muestra suficientemente grande casi con toda certeza reflejará la estructura subyacente de la población muestreada.

En la vida real, no observamos a menudo la realización de alguien o de algo durante miles de pruebas. Y, por tanto, si Bernoulli necesitaba un estándar de certeza demasiado estricto, en situaciones de la vida real las personas a menudo cometen el error opuesto; asumimos que una muestra o una serie de pruebas es representativa de la situación subyacente cuando realmente es demasiado pequeña para ser fiable. Por ejemplo, si encuestas exactamente a cinco personas en el ejemplo del alcalde de Basilea, un simple cálculo muestra que las posibilidades son sólo de una entre tres de que encontremos que el 60% de la muestra (tres entre cinco) apoyen al alcalde.

¿Sólo una entre tres? ¿No debería el porcentaje actual de partidarios del alcalde ser el resultado más probable cuando encuestamos a una muestra de votantes? Es el más probable: las probabilidades de encontrar cero, uno, dos, cuatro o cinco partidarios son cada una inferior a la de encontrar tres. Sin embargo, encontrar tres partidarios no es probable: debido a que hay tantas de esas posibilidades no representativas, sus probabilidades combinadas suman el doble que aquéllas en las que tu encuesta refleja la población con exactitud. Y, por lo tanto, en una encuesta de cinco votantes, dos veces entre tres observarás el porcentaje «erróneo». De hecho, aproximadamente una de cada diez veces encontrarás que los votantes a los que encuestaste están de acuerdo en si les gusta o disgusta el alcalde, de modo que si prestas atención a una muestra de cinco, probablemente sobreestimarás o subestimarás gravemente la verdadera popularidad del alcalde.

El concepto erróneo —o intuición equivocada— de que una muestra pequeña refleja con precisión probabilidades subyacentes está tan extendido que Kahneman y Tversky le pusieron nombre: la ley de los pequeños números.^[110] La ley de los pequeños números no es realmente una ley, es un nombre sarcástico que describe el intento de aplicar la ley de los grandes números cuando los números no son grandes.

Si la gente aplicase la (falsa) ley de los pequeños números solamente a urnas, no tendría mucho impacto, pero como hemos comentado, muchos sucesos en la vida son procesos de Bernoulli, y por tanto nuestra intuición a menudo nos lleva a malinterpretar lo que observamos. Esto es porque, como he descrito en el capítulo 1, cuando la gente observa el número de años exitosos o menos exitosos conseguidos por los Sherry Lansings y Mark Cantons del mundo, asume que su actuación pasada predice fielmente su futuro.

Apliquemos esa idea a un ejemplo que he mencionado brevemente en el último capítulo, la situación a la que se enfrentaban compañías o empleados dentro de una compañía. Piensa ahora en los directores generales de las empresas Fortune 500.^[111] Asumamos que, basándose en su conocimiento y aptitudes, cada director general tiene una determinada probabilidad de éxito cada año (como sea que su compañía defina eso). Y que para hacer las cosas sencillas, asumimos que estos años exitosos de los directores generales ocurren con la misma frecuencia que los guijarros blancos o los partidarios del alcalde, el 60%. (Que sea el número verdadero un poco mayor o un poco menor no afecta a la clave de este argumento.) ¿Significa eso que deberíamos esperar, en un período dado de 5 años, que un director general tendrá precisamente 3 años buenos?

No. Como han demostrado los análisis previos, incluso aunque todos los directores generales detuvieran una buena tajada y sacaran el 60% de proporción de éxito, ¡las posibilidades de que en un período de 5 años un director general en particular refleje esta proporción subyacente son sólo de una entre tres! Traducido a los Fortune 500, eso significa que a lo largo de los últimos 5 años aproximadamente 333 de los directores generales habrán mostrado un rendimiento que no reflejaba su verdadera capacidad. Además deberíamos esperar, sólo por azar, que aproximadamente una décima parte de los directores generales tuvieran 5 años de ganancias o de pérdidas seguidos. ¿Qué nos dice esto? Es más fiable juzgar a las personas analizando sus capacidades que ojear el marcador. O, como expresó Bernoulli, «uno no debería valorar las acciones humanas sobre la base de sus resultados».^[112]

Ir en contra de la ley de los pequeños números requiere carácter. Si bien

cualquiera puede recostarse y apuntar a la última frase como justificación, valorar en su lugar el conocimiento y la capacidad actuales de una persona dan confianza, buen juicio y, bueno, agallas. No puedes solamente levantarte en una reunión con tus colegas y gritar que no la queméis, ella sólo estaba al final equivocado de una serie de Bernoulli. Tampoco es probable que ganes amigos si te levantas y dices del tipo satisfecho que ha vendido más Toyotas Camrys que nadie más en la historia del concesionario, «sólo fue una fluctuación aleatoria». Y por lo tanto raras veces sucede. Los ejecutivos atribuyen sus años ganadores a su brillantez, explicada retroactivamente a través de retrospectivas incisivas. Y cuando la gente no tiene éxito, a menudo asumimos que el fracaso refleja con precisión la urna de su talento y capacidades.

Otra idea errónea conectada con la ley de los grandes números es la idea de que es más o menos probable que ocurra un suceso porque ha pasado o no recientemente. La idea de que las probabilidades de algo con una probabilidad fija aumenten o disminuyan dependiendo de acontecimientos recientes se denomina falacia del jugador. Por ejemplo, después de que Kerrich sacara, digamos, cuarenta y cuatro caras en las cien primeras tiradas, si la moneda se comportase según la falacia del jugador, ¿desarrollaría un desequilibrio hacia cruz para alcanzarlo! Aquí se encuentra la raíz de ideas como la de «su suerte se ha agotado» o «está en racha». Esto no sucede. Por si sirve de algo, una buena racha no te da mala suerte, y una mala desafortunadamente no significa que lo mejor está por llegar. Es más, la falacia del jugador afecta a más gente de la que puedes creer, si no de una manera consciente, entonces inconsciente. La gente espera que la buena suerte siga a la mala, o se preocupa de que la mala siga a la buena.

Recuerdo haber visto en un crucero hace unos pocos años a un hombre regordete muy serio sudando, alimentando frenéticamente con dólares una máquina tragaperras tan rápido como podía. Su compañero, percibiendo que lo miraba, simplemente dijo que estaba en racha. Aunque estuve tentado de señalar que no, que no lo estaba, en su lugar seguí andando. Después de dar varios pasos me detuve debido a un repentino destello de luces, repique de campanas, no pocos gritos por parte de la pareja y el sonido de, por lo que pareció durante minutos, un rápido raudal de dólares saliendo de la rampa de la máquina. Ahora sé que una máquina tragaperras moderna está computerizada y que sus recompensas son conducidas por un generador de números aleatorios que tanto por ley como por regulación debe generar verdaderamente, como se anuncia, números aleatorios, haciendo cada tirón de la palanca completamente independiente de la historia de los tirones previos. Y sin embargo... Bueno, solamente digamos que la falacia del jugador es una ilusión poderosa.

El manuscrito en el que Bernoulli presentó su teorema de oro se termina abruptamente, y ello pese a que había prometido que proporcionaría aplicaciones a varios temas civiles y económicos. Es como si «Bernoulli literalmente lo dejara correr cuando vio el número 25.550»,^[113] escribió el historiador de la estadística Stephen Stigler. Bernoulli estaba en proceso de publicar su manuscrito cuando murió «de una fiebre lenta» en agosto de 1705, a los cincuenta años de edad. Los editores pidieron al hermano de Jakob, Johann, que lo completara, pero Johann se negó, diciendo que estaba demasiado ocupado. Eso podría parecer raro, pero la familia Bernoulli era rara. Si tuvieras que escoger al matemático más antipático que jamás ha existido, no estarías muy desencaminado si apuntaras con tu dedo a Johann Bernoulli. Ha sido descrito en diversos textos históricos como celoso, vanidoso, susceptible, tozudo, bilioso, fanfarrón, deshonesto, y un mentiroso consumado, sólo por mencionar algunas opiniones. Tenía grandes dotes para las matemáticas, pero también es conocido por expulsar a su hijo Daniel de la Academia Francesa de Ciencias después de que Daniel ganara un premio por el que el mismo Johann competía; por intentar robar las ideas de su hermano y de Leibniz; y por plagiar el libro de Daniel sobre hidrodinámica, y después falsificar la fecha de publicación de modo que pareciera que su libro había aparecido el primero.

Cuando se le pidió que completara el último manuscrito de su hermano, se había trasladado recientemente desde Basilea hasta la Universidad danesa de Gróningen, donde obtuvo un puesto no en matemáticas, sino como profesor de griego. Jakob encontraba ese cambio de carrera sospechoso, especialmente porque, a su entender, Johann no sabía griego. Lo que Jakob sospechaba era que Johann había ido a Basilea a usurpar la propia posición de Jakob. Y efectivamente, después de la muerte de Jakob, Johann la obtuvo.

En su vida adulta, Johann y Jakob no se llevaban bien. Regularmente intercambiaban insultos una y otra vez en publicaciones y artículos de matemáticas que, según un matemático escribió, «estaban llenos de un lenguaje fuerte normalmente reservado a ladrones de caballos».^[114] De modo que cuando la necesidad surgió para editar el manuscrito postumo de Jakob, la tarea cayó en la cadena alimenticia hasta el sobrino de Jakob, Nicolás, el hijo de uno de los otros hermanos de Jakob, también llamado Nicolás. Nicolás *junior* sólo tenía entonces dieciocho años, pero había sido uno de los pupilos de Jakob. Por desgracia, no le apetecía llevar a cabo la tarea, posiblemente en parte porque era consciente de la oposición de Leibniz a las ideas de su tío sobre las aplicaciones de la teoría. Y por lo tanto, el manuscrito permaneció inédito durante ocho años. El libro, escrito en latín, fue publicado finalmente en 1713 bajo el título *Ars conjectandi*, o *El arte de la conjetura*. Como los *Pensamientos* de Pascal, todavía tiene interés. Bernoulli había demostrado

que a través del análisis matemático uno podría aprender cómo las probabilidades internas, escondidas, que subyacen tras los sistemas naturales son reflejadas en aquellos datos que producen esos sistemas. En cuanto a la pregunta que Bernoulli no respondió, la pregunta de cómo deducir, de los datos producidos, cuál era la probabilidad subyacente de los sucesos, pasarían varias décadas antes de que llegase la respuesta.

Positivos falsos y falacias positivas

En los años setenta un profesor de psicología de Harvard tenía un estudiante de mediana edad y aspecto raro en su clase. Después de las primeras sesiones de clase, el estudiante se acercó al profesor para explicarle por qué se había matriculado.^[115] En mi experiencia como profesor, aunque he tenido algunos estudiantes educados que han acudido para explicarme por qué dejan mi curso, nunca he tenido un estudiante que necesite explicarme por qué lo está cursando. Probablemente por ello puedo escaparme felizmente asumiendo que, si preguntase, los alumnos responderían: «Porque estoy fascinado por la asignatura y tú eres un magnífico profesor». Pero este estudiante tenía otras razones. Dijo que necesitaba ayuda porque le estaban pasando cosas extrañas. Su mujer pronunciaba las palabras que él estaba pensando antes de que las pudiera decir, y ahora se estaba divorciando de él. Un colaborador mencionó despidos entre copas, y dos días después él perdió su empleo. Con el tiempo, contaba, había experimentado docenas de desgracias y otras coincidencias inquietantes.

Al principio los acontecimientos lo confundieron. Entonces, como la mayoría de nosotros haría, se formó un modelo mental para conciliar los sucesos con el modo en que él creía que el mundo se comportaba. A diferencia de la mayoría de nosotros, la teoría que propuso fue que su vida estaba siendo manipulada artificialmente porque estaba sujeto a un elaborado experimento científico secreto. Creía que el experimento lo había organizado un gran grupo de conspiradores dirigidos por el famoso psicólogo B. F. Skinner. También creía que cuando se terminase el experimento él se haría famoso y quizá fuera elegido para ocupar un cargo público importante. Por eso, dijo, estaba cursando la asignatura. Quería aprender cómo probar su hipótesis a la luz de los muchos ejemplos de pruebas que había acumulado.

Unos pocos meses después de que la asignatura se hubiera cursado, el

estudiante visitó de nuevo al profesor. El experimento todavía estaba en proceso, explicó, pero ahora estaba demandando a su antiguo patrón, y su patrón había recurrido a un voluntarioso psiquiatra para declarar que él sufría paranoia.

Otra de las ilusiones paranoicas que su patrón señaló era su invención de un reverendo ficticio del siglo XVIII. En particular, se burlaban de la afirmación del estudiante de que su reverendo era un matemático aficionado que había creado en sus momentos libres una nueva teoría estafalaria de la probabilidad. El nombre del reverendo, según el estudiante, era Thomas Bayes. Su teoría, afirmaba, describía cómo valorar las posibilidades de que algún suceso ocurriera si algún otro suceso tenía lugar. ¿Cuáles eran las posibilidades de que un estudiante en particular fuera el objeto de una enorme conspiración secreta promovida por psicólogos experimentales? La verdad es que no demasiadas. Pero ¿cuáles eran si la mujer de uno explica los pensamientos de uno antes de que pueda pronunciarlos, y si los colaboradores predicen tu destino profesional entre copas o una conversación informal? El estudiante afirmaba que la teoría de Bayes mostraba cómo podías alterar tu estimación inicial a la luz de esa nueva prueba. Y presentó al tribunal un galimatías de fórmulas y cálculos respecto a su hipótesis, concluyendo que esa prueba adicional significaba que la probabilidad era de $999.999/1.000.000$ de que *tuviera razón sobre la conspiración. El psiquiatra enemigo afirmó que su reverendomatemático* y su teoría eran productos de la imaginación esquizofrénica del estudiante.

El estudiante pidió al profesor que lo ayudara a refutar esa afirmación. El profesor estuvo de acuerdo. Tenía una buena razón: Thomas Bayes era realmente un pastor, con una parroquia en Tunbridge Wells, nacido en Londres en 1701, muerto en 1761 y enterrado en un lugar llamado Bunhill Fields en la misma tumba que su padre Joshua, también pastor. Y, en efecto, inventó una teoría de «probabilidad condicional» con la que demostró cómo la teoría de la probabilidad se podía extender de sucesos independientes a sucesos cuyos resultados estaban conectados. Por ejemplo, la probabilidad de que una persona escogida al azar esté mentalmente enferma y la probabilidad de que una persona escogida al azar crea que su esposa puede leer su mente son ambas muy bajas, pero la probabilidad de que una persona esté mentalmente enferma si cree que su esposa le puede leer la mente es mucho mayor, como lo es la probabilidad de que una persona crea que su esposa puede leer su mente si está mentalmente enferma. ¿Cómo están relacionadas estas probabilidades? Éste es el tema de la probabilidad condicional.

El profesor proporcionó una declaración explicando la existencia de Bayes y su teoría, aunque no apoyando los específicos y dudosos cálculos que su antiguo

estudiante había afirmado que probaban su cordura. La parte triste de esta historia no es sólo el esquizofrénico de mediana edad, sino el grupo médico y legal del otro bando. Es lamentable que algunas personas padezcan esquizofrenia, pero mientras que las drogas pueden ayudar a solucionarlo, las drogas no pueden luchar contra la ignorancia. Y la ignorancia respecto a las ideas de Thomas Bayes, como veremos, reside en la base de graves errores en diagnosis médicas y en juicios legales, una ignorancia que desafortunadamente raras veces es abordada durante la formación profesional de un doctor o un abogado.

Nosotros también hacemos juicios bayesianos en nuestra vida cotidiana. Hay una película sobre un abogado que tiene un buen trabajo, una esposa encantadora y una familia maravillosa. Ama a su mujer e hija, pero, aun así, siente que le falta algo. Una noche mientras vuelve a casa en el tren observa a una hermosa mujer mirando fijamente con una expresión pensativa por la ventana de un estudio de danza. La busca de nuevo la noche siguiente y la siguiente. Cada noche, cuando su tren pasa por su estudio, él cae bajo su hechizo. Finalmente una noche tiene un impulso, salta corriendo del tren y se matricula en clases de baile, esperando conocer a la mujer. Descubre que su atracción inolvidable se marchita cuando la mirada desde la distancia da lugar a los encuentros cara a cara. Sin embargo, se enamora, no de ella, sino del baile.

Oculto su nueva obsesión a su familia y amigos, dando excusas para pasar más y más noches lejos de casa. Su mujer finalmente descubre que no está trabajando hasta tarde tan a menudo como él dice. Ella se imagina que las posibilidades de tales mentiras son mucho mayores si estuviera teniendo una aventura que si no la tuviera, y por lo tanto concluye que eso es lo que realmente está pasando cuando él dice que estará hasta tarde en el trabajo con un cliente.

La mujer no estaba equivocada en su conclusión, pero sí en su razonamiento: confundió la probabilidad de que su marido actuara a escondidas si estuviera teniendo una aventura con la probabilidad de que estuviera teniendo una aventura si actuaba a escondidas.

Es un error común. Digamos que tu jefa está tardando más de lo normal en devolvarte los correos electrónicos. Mucha gente se tomaría eso como un signo de que su estrella está cayendo, porque si tu estrella está cayendo las posibilidades son elevadas de que tu jefa te responda más lentamente. Pero tu jefa puede haber tardado más en responderte porque estaba excepcionalmente ocupada, o porque su madre está enferma. Y por lo tanto las posibilidades de que tu estrella esté cayendo si está tardando más en responder son mucho menores que las posibilidades de que

tu jefa responda más lentamente si tu estrella está cayendo. El atractivo de muchas teorías de conspiración depende del mal entendimiento de esta lógica, pues se identifica la probabilidad de que una serie de sucesos suceda si esto fuera el producto de una enorme conspiración con la probabilidad que una enorme conspiración exista si una serie de sucesos ocurren.

La relación entre las probabilidades de que un suceso ocurra «si» o «dado que» otros sucesos ocurran es de lo que trata toda la teoría de Bayes. Para ver en detalle cómo funciona, dirijámonos ahora hacia otro problema, el problema de las dos hijas que encontramos en el capítulo 3. La pregunta que planteamos entonces era más o menos ésta: supongamos que un primo lejano tiene dos hijos. Recuerdas que una o dos eran chicas, y ahora estás intentando recordar cómo era, ¿una o ambas? En otras palabras, en una familia con dos hijos ¿cuáles son las posibilidades, si uno de los hijos es una chica, de que ambos hijos sean chicas? No discutimos en esos términos entonces, pero el «si» hace de ese problema uno de probabilidad condicional. Si esa cláusula «si» no estuviera presente, las posibilidades de que ambos hijos fueran chicas serían de una entre cuatro, siendo los cuatro posibles órdenes de nacimiento (chico, chico), (chico, chica), (chica, chico) y (chica, chica). Pero, dada la información adicional de que la familia tiene una chica, las posibilidades son de una entre tres. Esto es porque, si uno de los hijos es una chica, solamente hay tres escenarios posibles para esta familia —(chico, chica), (chica, chico) y (chica, chica)— y exactamente uno de los tres corresponde al resultado en que ambos hijos son chicas. Éste es probablemente el modo más sencillo de observar las ideas de Bayes: es sólo una cuestión de recuento. Primero anota el espacio muestral, esto es, la lista de todas las posibilidades, junto con sus probabilidades si no son todas iguales (realmente es una buena idea para analizar cualquier cuestión de probabilidad confusa). Después, tacha las posibilidades que la condición (en este caso, «al menos una chica») elimina. Lo que queda son las posibilidades restantes, y sus probabilidades relativas.

Eso puede parecer obvio. Algunos lectores, fanfarroneando y dándose cuenta de que podrían habérselo imaginado sin la ayuda del reverendo Bayes, pueden preguntarse por qué estoy malgastando su tiempo y juran que agarrarán otro libro para leer la próxima vez que entren en la bañera. De modo que antes de continuar, intentemos exponer una ligera variante del problema de las dos hijas, una cuya resolución sea un poco más impactante.^[116]

La variante es ésta: en una familia con dos hijos, ¿cuáles son las posibilidades, si uno de los hijos es una chica llamada Florida, de que ambos hijos sean chicas? Sí, he dicho una chica llamada Florida. El nombre puede sonar aleatorio pero no lo es,

porque además de ser el nombre de un estado norteamericano tan bien conocido por los inmigrantes cubanos, las naranjas y la gente mayor que cobró sus fortunas y se trasladó allí por la alegría de las palmeras y los bingos organizados, es un nombre real. De hecho, estaba entre los 1.000 nombres estadounidenses más utilizados durante los aproximadamente primeros treinta años del siglo pasado. Lo elegí bastante cuidadosamente, porque parte del enigma es la pregunta: ¿qué hay en el nombre de Florida que afecte a las probabilidades? Pero me estoy adelantando a los hechos. De modo que, antes de seguir adelante, por favor, consideremos estas dos preguntas: en el problema de la chica llamada Florida, ¿son todavía las posibilidades de dos chicas de una entre tres (como lo eran en el problema de las dos hijas)?

Demostraré en breve que la respuesta es no, ya que el hecho de que una de las chicas se llame Florida cambia las posibilidades a una entre dos. No te preocupes si eso es difícil de imaginar. La clave para entender la aleatoriedad y todas las matemáticas no es ser capaz inmediatamente de intuir la respuesta a cada problema, sino simplemente tener las herramientas para resolverlos.

Aquellos que dudaban de la existencia de Bayes tenían razón en una cosa: nunca publicó ni un solo artículo científico. Sabemos poco sobre su vida, pero probablemente se dedicaba a su estudio por su propio placer y no tenía mucha necesidad de comunicarlo. En ese y otros aspectos, él y Jakob Bernoulli eran opuestos. Mientras que Bernoulli se opuso al estudio de la teología, Bayes lo adoptó. Mientras Bernoulli buscaba fama, Bayes no demostró interés por ésta. Y mientras el teorema de Bernoulli se preocupaba de cuántas caras esperar, si, digamos, planeas hacer muchas tiradas de una moneda equilibrada, Bayes investigaba el objetivo original de Bernoulli, la cuestión de qué seguridad puedes tener de que la moneda esté equilibrada si observas un determinado número de caras.

La teoría por la que Bayes es conocido hoy en día salió a la luz el 23 de diciembre de 1763, cuando otro capellán y matemático llamado Richard Price leyó un artículo a la Roy al Society de Londres, la academia nacional de ciencia británica. El artículo se titulaba «Un ensayo sobre resolver el problema en la doctrina de las posibilidades» y fue publicado en 1764 en el *Philosophical Transactions* de la Royal Society. Bayes había dejado a Price el artículo en su testamento, junto con cien libras. Refiriéndose a Price en su testamento como «supongo que un predicador en Newington Green», Bayes murió cuatro meses después de escribirlo.^[17]

A pesar de la referencia informal de Bayes, Richard Price no era solamente otro oscuro predicador. Era un conocido defensor de la libertad de religión, un amigo de Benjamin Franklin, un hombre al que Adam Smith había encomendado

partes de un borrador de «La riqueza de las naciones» y un conocido matemático. También tuvo el honor de ser el fundador de la ciencia actuarial, un campo que desarrolló cuando, en 1765, tres hombres de una compañía de seguros llamada Equitable Society le pidieron su ayuda. Seis años después de este encuentro publicó su trabajo en un libro titulado *Observaciones sobre pagos reversionarios*. Aunque el libro se convirtió en una Biblia para los actuarios bien entrado el siglo XIX, a causa de algunos datos y métodos de estimación pobres, parece que subestimaba las esperanzas de vida de los británicos. Las infladas primas de seguros de vida resultantes hicieron ricos a sus amigos de la Equitable Society. El desventurado gobierno británico, por otro lado, basaba los pagos de las rentas vitalicias en las tablas de Price, y sufrió pérdidas cuando los pensionistas no cayeron muertos según el índice previsto.

Como he mencionado, Bayes desarrolló la probabilidad condicional en un intento de contestar la misma pregunta que fue la inspiración original de Bernoulli: ¿cómo podemos deducir la probabilidad subyacente de la observación? Si una droga sólo cura a 45 de los 60 pacientes en un ensayo clínico, ¿qué te dice sobre las posibilidades de que la droga funcione con el siguiente paciente? Si funciona para 600.000 de un millón de pacientes, las probabilidades de que sus posibilidades de funcionar estén cerca del 60% son obviamente buenas. Pero ¿puedes tomar decisiones a partir de un ensayo más pequeño? Bayes también contestó otra pregunta: si, antes del ensayo, tenías razones para creer que la droga era solamente el 50% de efectiva, ¿cuánto pesarían los nuevos datos en tus futuros cálculos? La mayor parte de nuestras experiencias en la vida son así; observamos una muestra relativamente pequeña de resultados de los que deducimos información y tomamos opinión sobre las cualidades que producen esos resultados. ¿Cómo podemos hacer esas deducciones?

Bayes abordó el problema a través de una metáfora.^[118] Imaginemos que nos proporcionan una mesa cuadrada y dos pelotas. Lanzamos la primera pelota a la mesa de modo que haya la misma probabilidad de que la pelota se pare en cualquier punto. Nuestro trabajo es determinar, sin mirar, dónde se paró la primera pelota a lo largo de los ejes izquierdo/derecho. Nuestra herramienta es la segunda bola, que haremos rodar repetidamente por la mesa del mismo modo que la primera. Con cada tirada un colaborador anota si la bola se para a la derecha o a la izquierda de donde se paró la primera bola. Al final nos informa del número total de veces en que ha pasado eso. La primera bola representa lo desconocido de lo que queremos conseguir información, y la segunda representa la evidencia que logramos obtener. Si la segunda bola se para sistemáticamente a la derecha de la primera, podemos estar bastante seguros de que la primera bola se encuentra en el lado izquierdo lejano

de la mesa. Si se para menos sistemáticamente a la derecha, debemos estar menos seguros de esa conclusión, o podemos suponer que la primera bola se encuentra situada más a la derecha. Bayes demostró cómo determinar, basándose en los datos de la segunda bola, la probabilidad exacta de que la primera bola esté en algún punto dado en los ejes izquierdo/derecho. Y demostró cómo, dados unos datos adicionales, uno debería revisar su estimación inicial. En la terminología bayesiana las estimaciones iniciales se denominan probabilidades «previas» y las nuevas suposiciones probabilidades «posteriores».

Bayes inventó este juego porque modela muchas de las decisiones que tomamos en la vida. En el ejemplo del ensayo de la droga la posición de la primera bola representa la verdadera efectividad de la droga, y los informes respecto a la segunda bola representan los datos de los pacientes. La posición de la primera bola también podría representar la calidad del producto, el atractivo de una película, la habilidad de conducción, el trabajo duro, la tozudez, el talento, la aptitud, o lo que sea que determine el éxito o fracaso de un determinado esfuerzo. Los informes sobre la segunda bola representarían nuestras observaciones o los datos que recogemos. La teoría de Bayes mostraría entonces cómo hacer valoraciones y ajustarlas a la vista de nuevos datos.

Hoy en día el análisis bayesiano se utiliza mucho en todos los ámbitos de la ciencia y de la industria. Por ejemplo, los modelos utilizados para determinar las tarifas de los seguros de coches incluyen una función matemática que describen tu probabilidad personal por unidad de tiempo de conducción de tener cero, uno o más accidentes. Consideremos, para nuestros propósitos, un modelo simplificado que sitúa a todo el mundo en dos categorías, alto riesgo, que de media tiene al menos un accidente cada año, y bajo riesgo, que de media tiene menos de uno. Si cuando solicitas tu seguro tienes un récord de conducción que se extiende hacia atrás durante veinte años sin un accidente, o con treinta y siete accidentes, la compañía de seguros puede estar bastante segura en qué categoría te va a colocar. Pero si eres un conductor novel, ¿te deberían clasificar como bajo riesgo (un crío que obedece el límite de velocidad y que se ofrece para ser conductor designado), o alto riesgo (un crío que baja corriendo excesivamente por Main Street bebiendo de una botella medio vacía de dos dólares de sidra de Bonne's Farm)? Como la compañía no tiene datos sobre ti —no tiene idea de la «posición de la primera bola»— puede asignarte una probabilidad igual previa de estar en cada grupo, o puede utilizar lo que sabe sobre la población en general de conductores noveles y partir suponiendo que las posibilidades de que seas un conductor de alto riesgo sean, digamos, de una entre tres. En ese caso te modelarían como un híbrido, un tercio de alto riesgo y dos tercios de bajo riesgo, y te cargarían un tercio del precio que cargan a los conductores de

alto riesgo más dos terceras partes del precio que le cargan a los conductores de bajo riesgo. Entonces, después de un año de observación —esto es, después de que se haya lanzado una de las bolas de Bayes—, pueden utilizar los nuevos datos para reevaluar su modelo, ajustar las proporciones una-tres y dos-tres que habían asignado previamente, y recalcular lo que deben cargar. Si no tuvieras accidentes, las proporciones del precio de bajo riesgo que te asignaron aumentarían, y si tuvieras dos accidentes, disminuirán. La teoría de Bayes da el tamaño preciso del ajuste. Del mismo modo, en años posteriores, la compañía de seguros puede ajustar periódicamente sus cálculos para reflejar el hecho de que tú no has tenido accidentes, o que has tenido dos accidentes después de conducir en sentido contrario por una calle de sentido único mientras sujetabas un móvil con tu mano izquierda y comías donuts con la derecha. Por eso es por lo que las compañías de seguro puede anunciar descuentos del «buen conductor»: la ausencia de accidentes eleva la probabilidad posterior de que pertenezcas a un grupo de bajo riesgo.

Obviamente, muchos de los detalles de esta teoría son bastante complejos. Pero como he mencionado cuando analizaba el problema de las dos hijas, la clave de este enfoque es utilizar información nueva para reducir el espacio muestral y ajustar las probabilidades como corresponde. En el problema de las dos hijas el espacio muestral era inicialmente (chico, chico), (chico, chica), (chica, chico) y (chico, chico), pero se reduce a (chico, chica), (chica, chico) y (chica, chica) si te enteras de que uno de los hijos es una chica, haciendo que las posibilidades de una familia de dos chicas sean de una entre tres. Apliquemos la misma sencilla estrategia para ver qué pasa si te enteras de que uno de los hijos es una chica llamada Florida.

En el problema de la niña llamada Florida nuestra información concierne no sólo al género de los hijos, sino también, para las chicas, el nombre. Ya que nuestra muestra original debería ser una lista de todas las posibilidades, en este caso es una lista de género y nombre. Denotando «chica llamada Ronda» como chica-F y «chica no llamada Florida» como chica-NF, escribimos el espacio muestral de este modo: (chico, chico), (chico, chica-F), (chico, chica-NF), (chica-F, chico), (chica-NF, chico), (chica-NF, chica-F), (chica-F, chica-NF), (chica-NF, chica-NF) y (chica-F, chica-F).

Ahora, la poda. Como sabemos que uno de los hijos es una chica llamada Florida, podemos reducir el espacio muestral a: (chico, chica-F), (chica-F, chico), (chica-NF, chica-F), (chica-F, chica-NF) y (chica-F, chica-F). Eso nos lleva a otro modo en que el problema difiere del problema de las dos hijas. Aquí, como no es igualmente probable que el nombre de una chica sea o no Florida, no todos los elementos del espacio muestral son igualmente probables.

En 1935, el último en que la Social Security Administration^[119] proporcionó estadísticas sobre nombres, aproximadamente 1 entre 30.000 chicas fueron bautizadas como Florida.^[120] Debido a que el nombre se ha estado extinguiendo, por el bien del razonamiento digamos que hoy en día la probabilidad de que una chica se llame Florida es de 1 entre un millón. Eso significa que si nos enteramos de que una chica en particular no es Florida, no es nada del otro mundo, pero si nos enteramos de que una chica en particular se llama Florida, en cierto sentido hemos «sacado el premio gordo». Las posibilidades de que ambas chicas en una familia se llamen Florida (incluso si ignoramos el hecho de que los padres tienden a rehuir a dar a sus hijos nombres idénticos) son por tanto tan pequeñas que se justifica que ignoremos esa posibilidad. Eso nos deja con sólo (chico, chica-F), (chica-F, chico), (chica-NF, chica-F) y (chica-F, chica-NF), que son, con una buena aproximación, igualmente probables.

Ya que dos de los cuatro, o la mitad, de los elementos en el espacio muestral son familias con dos hijas, la respuesta no es una entre tres —como en el problema de las dos hijas—, sino una entre dos. La información adicional —tu conocimiento del número de la chica— crea una diferencia.

Un modo de entender esto, en el caso de que parezca desconcertante, es imaginar que reunimos en una habitación insonorizada muy grande 75 millones de familias que tienen dos hijos, uno de los cuales es una chica. Como nos enseña el problema de las dos hijas, habrá alrededor de 25 millones de familias de dos chicas en esa habitación y 50 millones de familias con una chica (25 millones en la que la chica es la mayor, y un nombre igual en la que será la menor). Ahora viene la poda: pedimos que se queden sólo las familias que incluyen a una chica llamada Florida. Como Florida es un nombre de uno entre un millón, alrededor de 50 de las 50 millones de familias se quedarán. Y de los 25 millones de familias de dos chicas, 50 de ellas también conseguirán quedarse, 25 porque su primer hijo se llama Florida, y otras 25 porque su hija menor tiene ese nombre. Es como si las chicas fueran boletos de lotería y las chicas llamadas Florida los boletos ganadores. De modo que, aunque hay el doble de familias con una chica que con dos, las familias de dos chicas cada una tiene dos boletos por las familias de dos chicas y las familias de una chica y habrá una representación aproximadamente equitativa entre los ganadores.

He descrito con un detalle potencialmente molesto el problema de la chica llamada Florida, el tipo de detalle que a veces me hace acabar en la lista de los no invitados en las fiestas de mis vecinos. Lo hice no porque esperaba que te encontrases en tal situación, sino porque el contexto era sencillo, y el mismo tipo de razonamiento proporcionará claridad a muchas situaciones que realmente se

encuentran en la vida. Y, por tanto, sigamos adelante para hablar de unas pocas de éstas.

Mi encuentro más memorable con el reverendo Bayes tuvo lugar una tarde de viernes de 1989, cuando mi médico me dijo que las posibilidades de que muriera antes de una década eran de 999 entre 1.000. Añadió: «Lo siento mucho», como si tuviera algunos pacientes a quienes dijera que lo sentía pero no lo dijera en serio. Entonces contestó unas pocas preguntas sobre el tratamiento de la enfermedad, y colgó, supongo que para ofrecer a otro paciente su *flash* de noticias del viernes por la tarde. Es difícil describir o incluso recordar exactamente cómo fue el fin de semana para mí, pero digamos solamente que no fui a Disneylandia. Dada mi sentencia de muerte, ¿por qué estoy todavía aquí, capaz de escribir sobre esto?

La aventura empezó cuando mi mujer y yo solicitamos un seguro de vida después del nacimiento de nuestro primer hijo. El proceso de solicitud implicaba un análisis de sangre. Una semana o dos después fuimos rechazados. La siempre económica compañía de seguros nos envió las noticias en dos breves cartas que eran idénticas, excepto por únicamente tres palabras añadidas en la carta de mi mujer. Mi carta declaraba que me estaban negando el seguro por los «resultados de su análisis de sangre». La carta de mi mujer declaraba que la rechazaban por los «resultados del análisis de sangre de su marido». Cuando la palabra añadida «marido» demostró ser el límite de las pistas que la bondadosa compañía de seguros estaba dispuesta a proporcionar sobre nuestra no-asegurabilidad, tuve una corazonada, fui a mi médico y me hice la prueba del VIH. Resultó positiva. Aunque estaba demasiado conmocionado inicialmente para hacerle preguntas, más tarde me enteré de que obtuvo mi «posibilidad de uno entre mil» de estar sano de la siguiente estadística: la prueba del VIH daba resultado positivo cuando la sangre realmente no estaba infectada con el virus del SIDA en sólo una entre mil muestras de sangre. De entrada parece que esta frase y su mensaje son iguales, pero no es así. Mi médico había confundido las posibilidades de que la prueba diera positivo si no daba positivo en VIH, con las posibilidades de que no diera positivo en VIH si daba positiva la prueba.

Para entender el error de mi médico, utilicemos el método de Bayes. El primer paso es definir el espacio muestral. Podríamos incluir en el espacio muestral a todas las personas que alguna vez se han hecho la prueba del VIH, pero obtendríamos una respuesta más precisa si utilizamos un poco de información adicional sobre mí e incluimos solamente a los heterosexuales que no abusen de drogas intravenosas, blancos, varones y estadounidenses que se hayan hecho la prueba. (Veremos después qué tipo de diferencia provoca esto.)

Ahora que sabemos a quién incluir en el espacio muestral, clasifiquemos a los miembros del espacio. En lugar de un chico y una chica, aquí las categorías relevantes son: aquellos que dieron positivo y realmente son positivos en VIH (positivos verdaderos), aquellos que dieron positivo pero realmente no lo son (falsos positivos), aquellos que dieron negativo y que realmente son negativos en VIH (negativos verdaderos) y aquellos que dieron negativo pero que realmente son positivos en VIH (falsos negativos).

Finalmente, debemos preguntarnos ¿cuántas personas hay en cada una de estas clases? Supongamos que consideramos una población inicial de 10.000. Podemos estimar, utilizando estadísticas de los Centros de Control y Prevención de Enfermedades, que en 1989, menos de (o aproximadamente) uno entre diez mil heterosexuales que no abusaban de las drogas, blancos, estadounidenses y varones que fueron analizados estaban infectados de VIH.^[121] Suponiendo que el índice de falsos negativos es cercano a cero, eso significa que como mucho una persona de cada diez mil dará positivo debido a la presencia de la infección. Además, ya que el índice de falsos positivos es de uno entre mil, habrá aproximadamente diez más que no estén infectados con VIH pero que igualmente den positivo. Las otras 9.989 de 10.000 personas en el espacio muestral darán negativo.

Ahora reduzcamos el espacio muestral para incluir solamente aquellos que dieron positivo. Eso nos lleva a 10 personas que son falsos positivos. En otras palabras, que sólo 1 persona entre 11 que da positivo está realmente infectada por el VIH. Mi médico me dijo que la probabilidad de que la prueba fuera errónea —y que de hecho estuviese sano— era de 1 entre 1.000; tenía que haber dicho: «No se preocupe, las posibilidades son mayores que 10 entre 11 de que no esté infectado». En mi caso las pruebas de exploración eran aparentemente engañosas por culpa de determinados marcadores que estaban presentes en mi sangre incluso aunque el virus que se analizaba no estaba presente.

Es importante conocer el porcentaje de falsos positivos cuando se evalúa cualquier diagnóstico. Por ejemplo, una prueba que identifique el 99% de todos los tumores malignos resulta realmente impresionante, pero puedo inventar otra que identifique el 100% de todos los tumores. Todo lo que tengo que hacer es diagnosticar un tumor maligno a toda aquella persona que examine. Lo que diferencia mi prueba de otra útil es que la mía produciría una alta cifra de positivos falsos. La clave para entender este incidente es darse cuenta de que no es la rareza de los falsos positivos lo que determina la precisión de un análisis médico, sino cómo el índice de falsos positivos se compara con la verdadera prevalencia de la enfermedad. Si la enfermedad es rara, incluso un índice bajo de falsos positivos no

comportará que un análisis positivo implique tener la enfermedad. Si una enfermedad es común, un resultado positivo es mucho más probable que sea significativo. Para ver cómo la prevalencia verdadera afecta a las implicaciones de un análisis positivo, supongamos ahora que he sido homosexual y he dado positivo. Asumamos que, en la comunidad gay de varones, las posibilidades de infección entre aquellos analizados en 1989 fuera del 1%. Eso significa que en los resultados de 10.000 pruebas, encontraríamos no uno (como antes) sino cien positivos verdaderos por cada diez falsos positivos. De modo que, en este caso, las posibilidades de que un análisis positivo significara que yo estuviera infectado serían de 10 entre 11. Ésa es la razón por la que cuando valoramos los resultados de los análisis es bueno saber si estás o no en un grupo de «alto riesgo».

La teoría de Bayes demuestra que la probabilidad de que A suceda si B sucede generalmente diferirá de la probabilidad de que B suceda si A sucede.^[122] No tener en cuenta esto es un error común de la profesión médica. Por ejemplo, en estudios hechos en Estados Unidos y Alemania los investigadores pidieron a los médicos que estimasen la probabilidad de que una mujer sin síntomas con una edad comprendida entre 40 y 50 años que había dado positivo en una mamografía tuviera realmente cáncer de pecho si el 7% de las mamografías muestran cáncer cuando no hay.^[123] Además se les dijo a los médicos que la actual incidencia era aproximadamente del 0,8%, y que el índice de falsos negativos era aproximadamente del 10%. Juntando estos datos, uno puede utilizar los métodos de Bayes para calcular que una mamografía positiva es debida al cáncer sólo en el 9% de los casos. En el grupo alemán, sin embargo, un tercio de los médicos concluyeron que la probabilidad era aproximadamente del 90%, y la estimación mediana era del 70%. En el grupo estadounidense, 95 entre 100 estimaron que la probabilidad estaba alrededor del 75%.

Cuestiones parecidas ocurren en el control del dopaje en los atletas. Aquí, otra vez, se suele mencionar a menudo el porcentaje de falsos positivos —aunque no es ni de lejos una cifra tan relevante—, lo que puede originar una opinión deformada de la culpabilidad de un atleta. Un buen ejemplo de ello es Mary Decker Slaney, una corredora de alto nivel y campeona del mundo de 1.500 y 3.000 metros. Esta atleta trataba de retomar su carrera deportiva cuando en la Olimpiada de Atlanta de 1996 fue acusada de dopaje, en concreto de consumo de testosterona. Después de varias reuniones, la AIFA (conocida oficialmente desde 2001 como la Asociación Internacional de Federaciones de Atletismo) concluyó que Slaney «era culpable de un delito de dopaje», lo que condujo al fin de su carrera. De acuerdo con algunos testimonios del caso Slaney, la cifra de falsos positivos de la prueba a la cual la sometieron era como máximo del 1%, lo que hizo que muchas personas pensarán

que la posibilidad de que Slaney fuera culpable era del 99%, pero como hemos visto antes esto no es así. Supongamos, por ejemplo, que se somete a esta prueba a 1.000 atletas, de los cuales 1 de cada 10 es realmente culpable, y la prueba, cuando resuelve que un atleta es culpable, tiene una posibilidad del 50% de revelar un delito de dopaje. Entonces de cada 1.000 atletas a los que se sometió a la prueba, 100 habrían sido culpables y, no obstante, la prueba tan sólo habría detectado 50. Mientras tanto, de los 900 atletas que son inocentes, la prueba habría culpabilizado a 9. Por consiguiente, lo que en realidad se tuvo que decir no es que la probabilidad de que Slaney fuera culpable era del 99%, sino más bien 50/59, es decir, del 84,7%. Dicho de otra manera, según las pruebas que se utilizaron no deberíamos considerar a Slaney tan culpable como sus acusadores nos hicieron creer. Esto obviamente deja un espacio para una duda razonable y, lo que es más importante, indica que realizar pruebas en masa (90.000 atletas se someten a este tipo de pruebas cada año) y hacer juicios basados en tal procedimiento es igual a condenar a un número muy elevado de gente inocente.^[124]

En círculos legales, este error de inversión es llamado a veces «la falacia del fiscal», porque los fiscales a menudo utilizan ese tipo de argumento falaz con la intención de engañar al jurado para que condenen a sospechosos cuando tienen pruebas débiles. Consideremos, por ejemplo, el caso de Sally Clark.^[125] El primer hijo de Clark murió a las once semanas de vida. Se informó de que la muerte se debía al síndrome de muerte súbita del lactante, o SMSL, un diagnóstico que se hace cuando la muerte de un bebé es inesperada y la autopsia no revela la causa de la muerte. Concibió de nuevo, y esta vez su bebé murió a las ocho semanas, de nuevo, según se dijo, por SMSL. Cuando eso sucedió, fue arrestada y acusada de asfixiar a ambos hijos. En el juicio la acusación llamó a un experto pediatra llamado sir Roy Meadow para declarar que basándose en la rareza del SMSL las probabilidades de que ambos hijos murieran de esto eran de 73 millones a una. No ofrecieron otra prueba contra ella aparte de esta estadística. ¿Debería ser suficiente para condenarla? El jurado creyó que sí, y en noviembre de 1999 la señora Clark fue enviada a prisión.

Sir Meadow estimó que las probabilidades de que un niño muriera de SMSL eran de 1 entre 8.543. Calculó su estimación de uno entre 73 millones multiplicando entre ellos tales factores, uno para cada niño. Pero esto implica asumir que las muertes eran independientes, es decir, que no desempeñaban ningún papel los efectos ambientales o genéticos que podrían haber incrementado el riesgo del segundo niño, una vez el hermano mayor había muerto de SMSL. De hecho, según un editorial publicado unas semanas después del proceso en el *British Medical Journal*, las posibilidades de que murieran dos hermanos de SMSL estaba estimada en 2,75 millones a uno.^[126] Todavía son probabilidades muy altas.

La clave para entender por qué Sally Clark estaba equivocadamente en prisión es de nuevo considerar el error de inversión: no es la probabilidad de que los dos niños murieran de SMSL lo que buscamos, sino la probabilidad de que los niños que murieran, murieran de SMSL. Dos años después de que Clark fuera encarcelada la Royal Statistical Society intervino en este tema con un comunicado de prensa: «[la decisión del jurado estaba basada en] un serio error de conocimiento lógico conocido como la falacia del fiscal. El jurado necesita sopesar dos explicaciones contradictorias sobre las muertes de los bebés. SMSL o asesinato. Dos muertes a causa del SMSL o dos asesinatos son bastante improbables, pero aparentemente uno de ellos ha sucedido en este caso. Lo que importa es la probabilidad relativa de las muertes... no solamente lo improbable que es [la explicación del SMSL]». ^[127] Más adelante un matemático estimó la probabilidad relativa de una familia de perder a dos bebés por el SMSL o por asesinato. Concluyó que es 9 veces más probable que dos niños sean víctimas del SMSL que sean víctimas de asesinato. ^[128]

Los Clarks apelaron el caso y, para ello, contrataron a sus propios estadísticos como testigos expertos. Perdieron la apelación. Pero continuaron intentando buscar explicaciones médicas para las muertes, y en el proceso destaparon el hecho de que el patólogo que había trabajado para la acusación había ocultado el hecho que el segundo niño había sufrido una infección bacteriana en el momento de su muerte. Esa infección podría haber causado la muerte del niño. Basándose en ese descubrimiento, un juez anuló la condena, y, después de dos años y medio, Sally Clark fue liberada.

El célebre abogado y profesor de leyes de Harvard Alan Dershowitz también utilizó con éxito la falacia del fiscal para ayudar a defender a O. J. Simpson en el proceso por el asesinato de su ex mujer, Nicole Brown Simpson, y un compañero varón. El proceso de Simpson, una antigua estrella negra de fútbol americano, fue uno de los mayores acontecimientos periodísticos de 1995. La policía tenía muchas pruebas en contra de Simpson. Encontraron un guante ensangrentado en su finca que parecía coincidir con uno encontrado en la escena del crimen. Manchas de sangre que coincidían con la sangre de Nicole fueron halladas en los guantes, en el Ford Bronco blanco de Simpson, en un par de calcetines en su habitación, y en el camino de entrada y en la casa de Simpson. Además, las muestras de ADN extraídas de la sangre en la escena del crimen encajaban con el de Simpson. La defensa podía hacer poco más que acusar al Departamento de Policía de Los Ángeles de racismo, y criticar la integridad y autenticidad de sus pruebas.

La acusación tomó la decisión de centrar el comienzo de su caso en la propensión de Simpson a utilizar la violencia contra Nicole. Se pasaron los diez

primeros días del proceso presentando pruebas de que tenía un historial de abusos contra ella, y afirmaron que sólo esto ya era una buena razón para sospechar de él por su asesinato. Como dijeron, «dar una bofetada es preludio de homicidio».^[129] La defensa utilizó esto como plataforma de lanzamiento para sus acusaciones de duplicidad, argumentando que la acusación había gastado las dos semanas intentando engañar al jurado, y que la prueba de que la había maltratado en ocasiones previas no significaba nada. Aquí estaba el razonamiento de Dershowitz: 4 millones de mujeres son maltratadas anualmente por maridos y novios en Estados Unidos, sin embargo, en 1992, según el informe estadístico de crímenes del FBI,^[130] un total de 1.432, o 1 entre 2.500, fueron asesinadas por sus maridos o novios. Por lo tanto «pocos hombres que abofetean o golpean a sus compañeras domésticas continúan hasta matarlas». ¿Verdad? Sí. ¿Convincente? Sí. ¿Relevante? No. El número relevante no es la probabilidad de que un hombre que maltrate a su mujer acabe matándola (1 entre 2.500), sino la probabilidad de que una mujer maltratada que es asesinada sea asesinada por su abusador. Según el Uniform Crime Reports for the United States and its Possessions en 1993, la probabilidad que Dershowitz (o la acusación) debería haber presentado era ésta: de todas las mujeres maltratadas asesinadas en Estados Unidos en 1993, el 90% fueron asesinadas por su abusador. Esa estadística no fue mencionada en el juicio.

A medida que la hora en que se tenía que anunciar el veredicto se acercaba, el volumen de llamadas de larga distancia cayó a la mitad, el volumen de operaciones en la bolsa de Nueva York cayó cerca del 40%, y una estimación de 100 millones de personas se volvieron a sus televisores y radio para escuchar el veredicto: no culpable. Dershowitz pudo haberse sentido justificado de engañar al jurado porque, en sus propias palabras, «el juramento de la sala de justicia —“decir la verdad, toda la verdad y nada más que la verdad” — es aplicable sólo a los testigos. Los abogados defensores, fiscales, y jueces no hacen este juramento [...] efectivamente, es justo decir que el sistema judicial estadounidense está construido en la base de no decir toda la verdad».^[131]

Aunque la probabilidad condicional representó una revolución en las ideas sobre aleatoriedad, Thomas Bayes no fue revolucionario y su trabajo languideció desatendido a pesar de su publicación en la prestigiosa *Philosophical Transactions* en 1764. Y por tanto cayó en otro hombre, el científico y matemático francés Pierre Simón Laplace, proporcionar las ideas de Bayes a la atención de los científicos y satisfacer el objetivo de revelar al mundo cómo las probabilidades que hay debajo de las situaciones del mundo real podrían deducirse de los resultados actuales que observamos.

Podemos recordar que el teorema de oro de Bernoulli te dirá, antes de que hagas una serie de lanzamientos de moneda, lo seguro que puedes estar de que, si la moneda es válida, observes algún resultado dado. También podemos recordar que no te dirá, después de que hayas hecho una serie dada de lanzamientos, las posibilidades de que la moneda sea válida. Igualmente, si sabes que las posibilidades de que un hombre de 85 años sobreviva hasta los 90 son del 50%, su ley te dice la probabilidad de que la mitad de un grupo de 1.000 hombres de 85 años se muera en los próximos 5 años, pero no te puede decir, habiendo observado que 500 de los 1.000 en tu grupo han muerto en los 5 años siguientes a su cumpleaños 85, lo probable que es que las posibilidades subyacentes de sobrevivir sean del 50%. O, si sabes que un automóvil Ford entre 100 tiene una transmisión defectuosa, el teorema de oro le dirá a Ford las posibilidades de que, en un lote de 1.000 coches, más de 10 de las transmisiones sean defectuosas, pero si encuentran 10 transmisiones defectuosas en una muestra de 1.000 coches, no te dice la probabilidad de que el número medio de transmisiones defectuosas sea 1 entre 100. En todos estos casos es el último escenario el que se usa más a menudo en la vida: fuera de las situaciones de juego controladas, normalmente no estamos provistos de conocimiento teórico de las probabilidades, pero podemos estimarlas bastante bien después de una serie de observaciones. Los científicos también se encuentran en esta posición: generalmente no buscan saber, dado el valor de una cantidad física, la probabilidad de que una medida salga de un modo u otro, sino que buscan distinguir el valor verdadero de una cantidad física, dado un grupo de medidas.

He hecho hincapié en esta distinción porque es importante. Define la diferencia fundamental entre probabilidad y estadística: la primera concierne a predicciones basadas en probabilidades fijas, la segunda a la deducción de esas probabilidades a partir de los datos observados.

Es el último grupo de temas el que trató Laplace. No era consciente de la teoría de Bayes, y por tanto tuvo que reinventarla. Su formulación sería la siguiente: dada una serie de medidas, ¿cuál es la mejor suposición que puede hacerse del valor verdadero de la cantidad medida, y cuáles son las posibilidades de que esta suposición esté «cercana» al valor verdadero, sea cual sea la definición de «cercano»?

El análisis de Laplace empezó con un artículo en 1774, pero se extendió a lo largo de cuatro décadas. Hombre brillante y a veces generoso, ocasionalmente también se apropiaba sin reconocimiento del trabajo de otros, y era un incansable promotor de sí mismo. Más importante es que, sin embargo, Laplace era una caña flexible que se doblaba con la brisa, permitiéndole continuar su trabajo revolucionario virtualmente sin ser molestado por los sucesos turbulentos que

sucedían a su alrededor. Antes de la Revolución Francesa, Laplace obtuvo una posición lucrativa de «examinador de la artillería real», en la que tuvo la suerte de examinar un prometedor candidato de dieciséis años llamado Napoleón Bonaparte. Cuando llegó la revolución en 1789 cayó brevemente bajo sospecha, pero a diferencia de muchos otros salió de ello indemne, declarando su «inextinguible odio a la realeza», y finalmente ganó nuevos honores de la República. Cuando su conocido Bonaparte tomó el poder en 1804, se despojó inmediatamente de su republicanismo, y le fue dado el título de conde y (brevemente) la cartera de Interior. Los Borbones volvieron una década después, y entonces Laplace criticó severamente a Napoleón en su tratado de 1814 *Théorie analytique des probabilités*, escribiendo que «la caída de imperios que aspiraban al dominio universal se podría predecir con una probabilidad muy alta por alguien versado en el cálculo de posibilidades».^[132] La edición previa de 1812 había sido dedicada a «Napoleón el Grande».

La destreza política de Laplace fue afortunada para las matemáticas, ya que al final su análisis fue más rico y completo que el de Bayes. En el siguiente capítulo dejaremos el reino de la probabilidad y entraremos en el de la estadística. Su punto de unión es una de las curvas más importantes de la ciencia, la curva de campana, conocida también como distribución normal. Ella deparó una nueva teoría de la medida.

La medida y la ley de los errores

Un día no hace mucho tiempo mi hijo Alexei llegó a casa y comunicó la nota que había obtenido en su redacción de inglés. Recibió un 93. Bajo circunstancias normales lo hubiera felicitado por obtener una A.^[133] Y como era una A baja y sé que es capaz de hacerlo mejor, hubiese añadido que su nota era una evidencia de que si realmente ponía un poco de esfuerzo podría puntuar incluso más alto la próxima vez. Pero no eran circunstancias normales, y, en este caso, consideré la nota de 93 una infravaloración escandalosa de la calidad de la redacción. En este punto tú, lector, debes pensar que esas pocas frases previas te dicen más sobre mí que sobre Alexei. Si es así, has dado en el blanco. De hecho, el episodio anterior es exclusivamente sobre mí, porque fui yo quien escribí la redacción de Alexei.

De acuerdo, debería darme vergüenza. En mi defensa podría señalar que normalmente escribo las redacciones de Alexei tan a menudo como pongo un pie por él en la barbilla de alguien en su clase de kung fu. Pero Alexei me pidió una crítica de su trabajo y, como siempre, presentó su petición muy tarde la noche antes de que tuviera que entregarla. Le dije que se la devolvería. Leyéndola en el ordenador, primero hice un par de cambios menores, nada que en lo que valiera la pena fijarse. Entonces, como un implacable reescritor, gradualmente me encontré metida en ésta, cambiando de lugar esto y reescribiendo aquello, y, antes de terminar, Alexei no sólo se había dormido, sino que yo había escrito mi propia redacción. A la mañana siguiente, admitiendo tímidamente que había descuidado hacer una copia del original, le dije que siguiera adelante y entregara mi versión.

Me entregó la redacción evaluada con unas pocas palabras de ánimo. «No está mal», me dijo. «Un 93 es más una A⁻ que una A, pero era tarde y estoy seguro de que si hubieras estado más despierto lo hubieras hecho mejor.» No era feliz. Ante todo, es desagradable que un chaval de quince años te diga las mismísimas palabras que anteriormente tú le habías dicho a él, y sin embargo encuentras sus palabras fútiles.

Pero más allá de eso, ¿cómo podía mi material, el trabajo de una persona de quien su madre, al menos, piensa que es un escritor profesional, no alcanzar el nivel en una clase de inglés de la escuela superior? Aparentemente no estaba solo. Me explicaron que el escritor Aaron Latham tuvo una experiencia similar con su hija, aunque en este caso ella obtuvo una B. Aparentemente, Latham, doctor en literatura inglesa, escribe suficientemente bien para Rolling Stone, Esquire, y el New York Times, pero no para English 101^[134] Alexei intentó consolarme con otra historia: dos de sus amigos, dijo, una vez entregaron redacciones idénticas. Él pensó que era una estupidez y que ambos suspenderían, pero la profesora con exceso de trabajo no sólo no se dio cuenta, sino que dio a una de las redacciones un 90 (una A) y a la otra un 79 (una C). (Suena raro a menos que, como yo, hayas tenido la experiencia de pasarte despierto toda la noche evaluando un montón de papeles con la reposición de Star Trek de fondo para romper la monotonía.)

Los números siempre parece que llevan la carga de la autoridad. El razonamiento, al menos subliminalmente, va así: si un profesor concede notas en una escala de cien puntos esas diminutas distinciones deben realmente significar algo. Pero si diez editores estiman el manuscrito del primer libro de Harry Potter como no válido para la publicación, ¿cómo podría la pobre señora Finnegan (no es su nombre real) distinguir tan finamente entre redacciones para conceder a una un 92 y a otra un 93? Si aceptamos que la calidad de una redacción es algo definible, entonces aun así debemos reconocer que una nota no es una descripción de un grado de calidad de un trabajo sino una medida de éste, y una de las más importantes maneras en que la aleatoriedad nos afecta a través de su influencia en la medida. En el caso de la redacción, el aparato de medida era la profesora, y el juicio de la profesora, como cualquier medida, es susceptible a variaciones aleatorias y errores.

La votación también es un tipo de medida. En este caso, estamos midiendo no sencillamente cuántas personas apoyan a cada candidato el día de las elecciones, sino cuántas se preocupan lo suficiente como para molestarse en votar. Existen muchas fuentes de error en esta medida. Algunos votantes legítimos pueden encontrar que su nombre no está en el censo electoral. Otros pueden votar erróneamente por un candidato que no era el que pretendían votar. Y, naturalmente, existen errores en el recuento de votos. Algunas papeletas son aceptadas o rechazadas indebidamente, otras sencillamente se pierden. En la mayoría de elecciones la suma de todos estos factores no suma lo suficiente para afectar al resultado. Pero en elecciones ajustadas puede, y entonces normalmente hacemos uno o más recuentos, como si nuestro segundo o tercer recuento de los votos estuviera menos afectado por los errores aleatorios que el primero.

En la carrera para gobernador de 2004 en el estado de Washington, por ejemplo, el candidato demócrata fue finalmente declarado ganador aunque el primer recuento había dado ganador al republicano por 261 votos de entre unos tres millones.^[135] Como el primer recuento fue tan ajustado, la ley del estado de Washington requería un nuevo recuento. En ese recuento, los republicanos ganaron de nuevo, pero sólo por 42 votos. No se sabe si alguien pensó que era una mala señal que la diferencia de 139 votos entre el primer y segundo recuento fuera varias veces mayor que el nuevo margen de victoria, pero se hizo otro recuento de votos, esta vez completamente «a mano». La victoria de 42 votos equivalía a una ventaja de solamente un voto por cada 70.000, de modo que el esfuerzo del recuento a mano se podría comparar a pedir a 42 personas que contasen de uno a 70.000, y después esperar que promediaran menos de un fallo cada uno. No fue sorprendente, el resultado cambió de nuevo. Esta vez favoreció al demócrata por 10 votos. Ese número fue cambiado a 129 más tarde, cuando se incluyeron 700 nuevos «votos perdidos».

Ni el proceso de recuento de votos ni el proceso de votación es perfecto. Si, por ejemplo, debido a errores de la oficina de correos, uno entre cien de votantes en perspectiva no consiguieran el mensaje con la localización del colegio electoral, y uno entre cien de esas personas no votaran por causa de eso, en las elecciones de Washington se hubieran acumulado 300 votantes que habrían votado pero que no lo hicieron, debido a un error del gobierno. Las elecciones, como todas las medidas, son imprecisas, como lo son los recuentos, de modo que cuando las elecciones tiene resultados muy ajustados, quizá deberíamos aceptarlo así, o lanzar una moneda, más que llevar a cabo recuentos y más recuentos.

La imprecisión de una medida se convirtió en un tema importante a mediados del siglo XVIII, cuando una de las principales ocupaciones de aquellos que trabajaban en física y matemáticas celestes era el problema de reconciliar las leyes de Newton con los movimientos observados de la luna y los planetas. Un modo de producir un único número a partir de un grupo de medidas discordantes es hacer el promedio o la media. Parece que fue un joven Isaac Newton quien en sus investigaciones sobre óptica la utilizó por primera vez para este propósito.^[136] No obstante, como en otras muchas cosas, Newton era una anomalía. La mayoría de científicos en la época de Newton, y en el siglo siguiente, no hacía la media. En su lugar escogía el «número de oro» de entre sus medidas, el número que estimaban principalmente por corazonadas para ser el resultado más fiable que tenían. Eso es porque consideraban la variación en la medida, no como la inevitable derivada del proceso de medida, sino como evidencia del fallo con, a veces, incluso, consecuencias morales. De hecho, raramente publicaban múltiples medidas de la

misma cantidad porque se sumaría a la admisión de un proceso chapuza y plantearía el tema de la confianza. Pero a mediados del siglo XVIII la corriente empezó a cambiar. Calcular los vastos movimientos de los cuerpos celestes, una serie de elipses casi circulares, es una tarea sencilla que podían efectuar los estudiantes precoces de la escuela superior mientras la música suena a todo volumen a través de sus auriculares. Pero para describir el movimiento planetario en sus distinciones sutiles, teniendo en cuenta no sólo la atracción gravitatoria del sol sino también la de los otros planetas, y la desviación de los planetas y la luna de una forma perfectamente esférica, es incluso hoy un problema difícil. Para cumplir ese objetivo, se tiene que conciliar las matemáticas complejas y aproximadas con la medida y la observación imperfectas.

Existía otra razón por la que a finales del siglo XVIII se requiriera una teoría de la medida: a principios de la década de 1780 surgió en Francia una nueva moda de física experimental rigurosa.^[137] Antes de ese período, la física constaba de dos tradiciones separadas. Por un lado, los científicos matemáticos investigaban las consecuencias precisas de las teorías de Newton del movimiento y la gravedad. Por el otro, un grupo a veces descrito como los «filósofos experimentales» realizaban investigaciones empíricas de electricidad, magnetismo, luz y calor. Los filósofos experimentales —a menudo aficionados— estaban menos centrados en la metodología rigurosa de la ciencia que los investigadores orientados a las matemáticas, y por tanto surgió un movimiento para reformar y dotar de un cariz matemático a la física experimental. En esto, Pierre Simón Laplace desempeñó de nuevo un papel importante.

Laplace se interesó por la ciencia física gracias al trabajo de un tipo francés llamado Antoine Lavoisier, considerado el padre de la química moderna.^[138] Laplace y Lavoisier trabajaron juntos durante años, pero Lavoisier no demostró ser tan experto como Laplace en la navegación en tiempos agitados. A fin de ganar dinero para financiar sus muchos experimentos científicos, se hizo miembro de una privilegiada asociación privada de recaudadores de impuestos protegidos del Estado. No existe probablemente una época en la historia en la que teniendo tal posición los conciudadanos se animen a invitarte a sus casas para tomar una deliciosa taza de capuchino con pan de jengibre, pero cuando llegó la Revolución Francesa demostró una credencial especialmente onerosa. En 1794 Lavoisier fue arrestado con el resto de la asociación y rápidamente sentenciado a muerte. Científico dedicado, solicitó tiempo para completar algo de su investigación, de modo que fuera disponible para la posteridad. El presidente del tribunal replicó brillantemente: «La República no necesita científicos». El padre de la química moderna fue entonces decapitado, y su cuerpo tirado a la fosa común. Según se dice,

había instruido a su ayudante para contar el número de palabras que su austera cabeza trataría de pronunciar.

El trabajo de Laplace y Lavoisier, junto con el de unos pocos más, especialmente el del físico francés Charles Augustin de Coulomb, quien experimentó con la electricidad y el magnetismo, transformaron la física experimental. En la década de 1790 también contribuyó al desarrollo de un nuevo sistema de unidades racional el sistema métrico, para reemplazar los sistemas dispares que dificultaban la ciencia y que fueron una causa frecuente de disputas entre comerciantes. Desarrollado por un grupo nombrado por Luis XVI, el sistema métrico lo adoptó el gobierno revolucionario después de la caída del monarca. Lavoisier, irónicamente, había sido uno de sus miembros.

Las demandas de la astronomía y la física experimental suponían que una gran parte de la tarea de los matemáticos a finales del siglo XVIII y a principios del XIX era entender y cuantificar el error aleatorio. Esos esfuerzos llevaron a un nuevo campo, la estadística matemática, que proporciona un conjunto de herramientas para tratar cuestiones del mundo real como la efectividad de las drogas o la popularidad de los políticos, de modo que un entendimiento correcto del razonamiento estadístico es tan útil en la vida cotidiana como en ciencia.

Ésta es una de las contradicciones de la vida: aunque las medidas siempre lleven incertidumbre, la incertidumbre en la medida raramente se discute cuando se citan las medidas. Si un policía de tráfico fastidioso dice al juez que su radar te cronometró yendo a 39 en un tramo de 35 millas por hora, normalmente se pondrá la multa a pesar de que las lecturas de los radares a menudo varían varias millas por hora.^[139] Y aunque muchos estudiantes (y padres) saltarían desde su tejado si pudiesen aumentar su 598 hasta 625 en el SAT de matemáticas, pocos educadores hablan sobre los estudios que muestran que, si quieres ganar 30 puntos, hay una alta posibilidad de que lo puedas conseguir simplemente haciendo la prueba un par de veces más.^[140] Las diferencias sin sentido incluso son noticia algunas veces. En un mes de agosto reciente, la Bureau of Labor Statistics^[141] informó de que el porcentaje de desempleados se situaba en el 4,7%. En julio la oficina había informado de un porcentaje del 4,8%. Esto provocó titulares como éste en *The New York Times*: «Los empleos y los salarios aumentan modestamente desde el último mes».^[142] Pero como expuso Gene Epstein, el redactor de economía de *Barron's*, «simplemente porque el número haya cambiado no significa necesariamente que algo en sí mismo haya cambiado. Por ejemplo, cada vez que el porcentaje de desempleo se mueve una décima parte de un porcentaje [...] es decir, un cambio que es tan pequeño, no hay manera de decir si realmente existe un cambio».^[143] En otras palabras, si la Bureau of

Labor Statistics mide el porcentaje de desempleo en agosto, y entonces repite su medida una hora después, por error aleatorio hay una alta posibilidad de que la segunda medida difiera de la primera al menos una décima parte del porcentaje. ¿Publicaría entonces *The New York Times* el titular, «Los empleos y los salarios aumentaron desde las dos de la tarde?».

La incertidumbre en la medida es incluso más problemática cuando la cantidad que se mide es subjetiva, como la calidad de la redacción de Alexei para la clase de inglés. Por ejemplo, un grupo de investigadores de la Universidad Clarion de Pensilvania recogió 120 trabajos y los trató con un grado de escrutinio que, puedes estar seguro, el trabajo de tu propio hijo nunca recibirá: cada trabajo se evaluaba independientemente por ocho miembros de la facultad. Las notas resultantes, en una escala de la A a la F, a veces variaban en dos o más niveles. En término medio, diferían cerca de un nivel.^[144] Como el futuro de un estudiante a menudo depende de tales juicios, la imprecisión es desafortunada. Sin embargo, es comprensible dado que, en su enfoque y filosofía, los profesores de cualquier departamento universitario a menudo corren el espectro desde Karl Marx a Groucho Marx. Pero ¿y si controlamos eso, es decir, y si los examinadores son elegidos para que sigan un determinado criterio de evaluación fijado? Un investigador en la Universidad Estatal de Iowa presentó aproximadamente cien redacciones de estudiantes a un grupo de doctorandos en retórica y comunicación profesional a quienes habían entrenado largamente para ello.^[145] Dos asesores independientes evaluaron cada trabajo de los estudiantes en una escala del 1 al 4. Cuando se compararon las calificaciones, coincidían solamente en la mitad de los casos. En la Universidad de Texas encontraron resultados similares en un análisis de las calificaciones de los trabajos de entrada en su universidad.^[146] Aunque el venerable College Board^[147] espera que, cuando sean evaluadas por dos examinadores, «el 92% de todas las redacciones recibirán variaciones que se hallen entre + o - 1 punto entre los dos en la escala de trabajos del SAT de 6 puntos».^[148]

Otra medida subjetiva a la que se le da más crédito del que garantiza es la valoración de los vinos. En los años setenta, el negocio del vino era una empresa soñolienta, creciente sólo en las ventas de vino de baja calidad. Entonces, en 1978, ocurrió un suceso a menudo atribuido al rápido crecimiento de esa industria: un abogado y proclamado a sí mismo crítico de vinos llamado Robert M. Parker Jr., decidió que, además de sus revistas, clasificaría los vinos en una escala del 1 al 100. A lo largo de los años la mayoría de otras publicaciones de vino hicieron lo mismo. Hoy en día las ventas anuales de vino en Estados Unidos superan los 20.000 millones de dólares, y millones de esos aficionados al vino no dejarán el dinero en el mostrador sin ojear primero una clasificación de vinos para apoyar su decisión de

compra. De modo que cuando el *Wine Spectator* otorgaba, digamos, al 2004 Valentín Bianchi Cabemet de Argentina un 90 más que un 89, ese único punto extra se traducía en una enorme diferencia en las ventas en dólares de Valentín Bianchi.^[149] De hecho, debido a su menor atractivo, si miras en la tienda de vinos del barrio encontrarás que los vinos de oferta y las gangas son a menudo aquéllos clasificados con un ochenta y tantos. Pero ¿cuáles son las posibilidades de que el 2004 Valentín Bianchi Cabemet argentino que recibió un 90 hubiera recibido un 89 si el proceso de evaluación se repitiese, digamos, una hora más tarde?

En su libro de 1890 *Principies of Psychology*, William James sugirió que la pericia en vinos se podría extender a la capacidad de juzgar si una muestra de Madeira venía de la parte superior o inferior de la botella.^[150] Pero en las catas de vinos a las que he asistido a lo largo de los años, me he dado cuenta de que si el tipo barbudo de mi izquierda murmulla «una gran nariz» (es decir, el vino huele bien) otros pueden decir que están de acuerdo, pero si tú tomas tus notas independientemente y sin discutir con ellos, a menudo ves que aunque el tipo barbudo escribió «gran nariz», el tío con la cabeza afeitada del otro lado de la mesa garabateó «sin nariz», y la mujer rubia con la permanente y las gafas de mil dólares escribió «nariz interesante, con insinuaciones de perejil y piel recién curtida».

Desde el punto de vista teórico, hay muchas razones para cuestionar la importancia de las valoraciones de los vinos. Por supuesto, la percepción del sabor depende de una interacción compleja entre el gusto y la estimulación olfativa. En sentido estricto, la sensación de sabor viene de cinco tipos de células receptoras en la lengua: salado, dulce, ácido, amargo y umami. El último responde a determinados componentes de aminoácidos, frecuentes (por ejemplo, en la salsa de soja). Pero si aquí estuviera todo no habría percepción del sabor, podrías imitar desde tu bistec favorito, patata asada (con crema agria, mantequilla y pedazos de bacón) y un festín de pastel de manzana hasta unos ricos espaguetis a la boloñesa y un vaso de Barolo utilizando sólo sal de mesa, azúcar, vinagre, minina y glutamato monosódico. Afortunadamente, hay más de glotonería que eso, y aquí es donde entra el sentido del olfato. Por ello, si coges dos soluciones idénticas de agua azucarada y añadimos a una de ellas una esencia de fresa (sin azúcar), la solución con la fragancia añadida sabrá más dulce.^[151] El sabor del vino surge de los efectos tanto de la lengua como de la nariz de un guiso de entre 600 y 800 componentes orgánicos volátiles.^[152] Eso es un problema, dado que los estudios han demostrado que incluso profesionales entrenados en los sabores raramente pueden identificar fiablemente más de tres o cuatro componentes en una mezcla.^[153]

Las expectativas también afectan a tu percepción del sabor. En 1963 tres

investigadores añadieron un poco de colorante alimentario rojo a un vino blanco para darle el rubor de un rosado. Entonces pidieron a un grupo de expertos que evaluaran su fragancia comparándola con la de uno no tintado. Los expertos percibieron el falso rosado como más fragante, según su expectativa.^[154] Otro grupo de investigadores dio a un grupo de estudiantes de enología dos muestras de vino. Ambas muestras contenían el mismo vino blanco, pero a uno se le había añadido una uva sin sabor de colorante antocianina que lo hacía parecer vino tinto. Los estudiantes percibieron diferencias entre el tinto y el blanco en función de sus expectativas.^[155] Pero antes de juzgar a los enófilos, considera esto: cuando un investigador preguntó a 30 estudiantes bebedores de cola si preferían Coca-Cola o Pepsi y después les pidió que verificasen su elección probando ambas marcas una al lado de la otra, 21 de 30 confirmaron su elección aunque el taimado del investigador había puesto Coca-Cola en la botella de Pepsi y viceversa.^[156] Cuando realizamos una evaluación o una medida, nuestro cerebro no confía únicamente en la entrada de datos de percepción directa, sino que también integra otras fuentes de información, como nuestra expectativa.

Los catadores de vino también hacen el tonto por la cara B de la predisposición en la expectativa: el problema de la falta de contexto. Si sujetas un pedazo de rábano picante debajo de la ventana de tu nariz, probablemente no lo confundirás con un diente de ajo, o un diente de ajo con, digamos, el interior de tu zapatilla de deporte. Pero si hueles fragancias líquidas claras empiezan las apuestas. En una ausencia completa de contexto hay una alta posibilidad de que confundas los olores. Al menos esto es aproximadamente lo que sucedió cuando dos investigadores presentaron a unos expertos una serie de dieciséis olores aleatorios: los expertos identificaron erróneamente una de cada cuatro fragancias.^[157]

Dadas todas esas razones para el escepticismo, los científicos designaron algunas maneras para medir directamente la discriminación de sabor de los expertos en vino. Un método es usar un triángulo de vino. No se trata de un triángulo físico sino de una metáfora: a cada experto se le dan tres vinos, dos de los cuales son idénticos. La misión: escoger la muestra sin pareja. En un estudio de 1990 los expertos identificaron la muestra desaparejada solamente dos terceras partes de las veces, lo que significa que en uno de cada tres desafíos del sabor estos gurús del vino no podrían distinguir un Pinot tinto, con digamos, «una nariz exuberante de fresa salvaje, exquisita zarzamora y frambuesa», de uno con «la fragancia de distintas ciruelas pasas, cerezas amarillas y sedosos cassis».^[158] En el mismo estudio se pidió a un conjunto de expertos que clasificaran una serie de vinos basándose en 12 componentes como el contenido en alcohol, la dulzura, los taninos, las frutas. Discreparon significativamente en 9 de los 12 componentes del vino. Y finalmente,

cuando les pidieron que encajaran los vinos con las descripciones proporcionadas por otros expertos los sujetos dieron en el clavo sólo el 70% de las veces.

Los críticos de vino son conscientes de todas estas dificultades. «En muchos niveles [el sistema de tasación] es absurdo», dice el editor de *Wine and Spirits*.^[159] Y, según un antiguo editor de *Wine Enthusiast*, «cuanto más profundo llegas a esto más cuenta te das de lo desencaminado y engañoso que es todo». ^[160] Y sin embargo los sistemas de clasificación prosperan. ¿Por qué? Los críticos descubrieron que cuando intentan encapsular la calidad del vino con un sistema de estrellas o simples descripciones verbales como bueno, malo y quizá feo, sus opiniones no son convincentes. Pero cuando utilizan números, los compradores adoran sus pronunciamientos. Las valoraciones numéricas, aunque dudosas, hacen que los compradores estén seguros de que encuentran la aguja de oro (o la de plata, dependiendo de su presupuesto) en el pajar de las diferentes variedades de vino, fabricantes y cosechas.

Si un vino —o una redacción— verdaderamente admite alguna medida de calidad que se puede resumir con un número, una teoría de la medida debe tratar dos temas claves: ¿Cómo determinamos ese número de entre una serie de medidas variantes? Y, dado un conjunto limitado de medidas, ¿cómo podemos calcular la probabilidad de que nuestra decisión sea correcta? Ahora volveremos a estas preguntas porque, sea la fuente de datos objetiva o subjetiva, sus respuestas son la meta de la teoría de la medida.

La clave para entender la medida es entender la naturaleza de la variación en los datos causada por el error aleatorio. Supongamos que suministramos un número de vinos a un número de críticos, o que suministramos los vinos a un crítico repetidamente en días diferentes, o ambas cosas. Podemos resumir claramente sus opiniones utilizando el promedio o media de las valoraciones que proporcionan los críticos. Pero no es sólo la media lo que importa: si los quince críticos coinciden en que el vino es un 90, eso enviaría un mensaje; si presentan las valoraciones 80, 81, 82, 87, 89, 89, 90, 90, 90, 91, 91, 94, 97, 99 y 100, eso enviaría otro. Ambos conjuntos de datos tienen la misma media, pero se diferencian en la cantidad que varían de esa media. Debido a que el modo en que los puntos de datos están distribuidos constituye una pieza tan importante de información, los matemáticos crearon una medida numérica de variación para describirla. Ese número se llama «desviación estándar muestral», o su cuadrado, llamado «la varianza muestral».

La desviación estándar muestral caracteriza lo cerca de la media que está un conjunto de grupos de datos, o, en términos prácticos, la incertidumbre de los datos.

Cuando es baja, los datos caen cerca de la media. Para los datos en los que todos los críticos de vino clasificaron el vino 90, por ejemplo, la desviación estándar muestral es cero, con lo que indica que todos los datos son idénticos a la media. Cuando la desviación estándar muestral es elevada, sin embargo, indica que los datos no están agrupados alrededor de la media. Para el segundo conjunto de valoraciones de los vinos de más arriba el 6 implica que como regla general la mayoría de las clasificaciones caen dentro de 6 puntos de la media. En ese caso todo lo que se puede decir realmente sobre el vino es que está probablemente entre un 84 y un 96.

Considerando el significado de sus medidas, en los siglos XVIII y XIX los científicos afrontaron las mismas cuestiones que el enólogo escéptico. Porque si un grupo de investigadores realiza una serie de observaciones, los resultados que consiguen casi siempre difieren. Un astrónomo puede sufrir condiciones atmosféricas adversas, otro puede ser empujado por la brisa, un tercero puede haber acabado de volver de una cata de Madeira con William James. En 1838 el matemático F. W. Bessel clasificó once clases diferentes de errores aleatorios que ocurren en cada observación telescópica. Incluso si un único astrónomo hace repeticiones de medidas, variables como una vista poco fiable o el efecto de la temperatura en el aparato inevitablemente hacen que las observaciones varíen. Y por tanto los astrónomos deben entender cómo, dada una serie de medidas discrepantes, pueden determinar la posición verdadera de un cuerpo. Pero sólo porque los enólogos y los científicos compartan un problema no significa que puedan compartir su solución. ¿Podemos identificar las características generales del error aleatorio, o el carácter del error aleatorio depende del contexto?

Uno de los primeros en insinuar que esos diversos procesos o grupos de medidas realmente comparten características comunes fue el sobrino de Jakob Bernoulli, Daniel. En 1777 Daniel Bernoulli comparó los errores aleatorios en la observación astronómica con las desviaciones de una flecha de arquero. En ambos casos, razonaba, el valor verdadero de la cantidad medida, el blanco, debería encontrarse en algún lugar en el centro de las medidas, y esas medidas deberían agruparse a su alrededor, habiendo más en los círculos internos y menos cayendo lejos del blanco. La ley propuesta no demostró ser la correcta, pero lo importante fue la nueva percepción de que la distribución numérica de los errores de un arquero puede reflejar la distribución de errores en observaciones astronómicas.

Que la distribución de errores sigue alguna ley universal, algunas veces llamada «ley del error», es el precepto central en el que se basa la teoría de la medida. Su implicación mágica es que, dado que se satisfacen determinadas condiciones muy comunes, cualquier determinación de lo verdadero a partir de valores medidos se

puede resolver utilizando un único análisis matemático. Armado con semejante ley universal, el problema de determinar la posición real de un cuerpo celeste a partir de las medidas de los astrónomos es equivalente a determinar la posición de un blanco dados sólo los agujeros de la flecha, o determinar la «calidad» del vino a partir de una serie de valoraciones. Ésa es la razón por la que la estadística matemática es más coherente que una materia simplemente basada en montones de trucos: ya sea que tus repeticiones de medidas se hagan con el propósito de determinar la posición de Júpiter a las cuatro de la madrugada el día de Navidad o el peso de una barra de pan de pasas cayendo de una cadena de montaje, la distribución de errores es la misma.

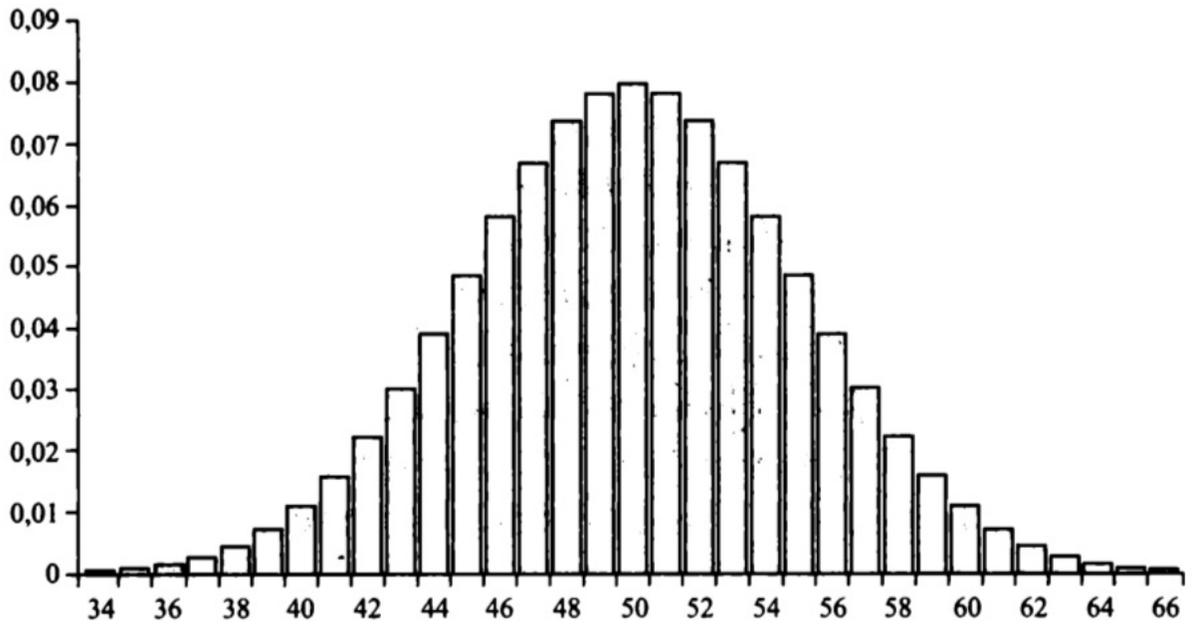
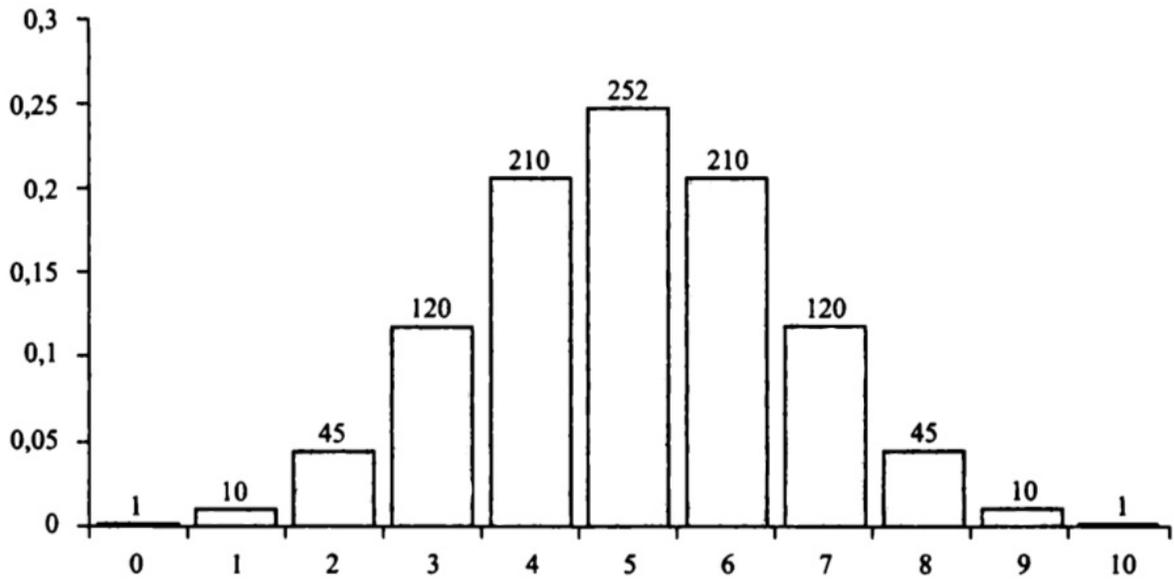
Esto no significa que el error aleatorio sea el único tipo de error que puede afectar a la medida. Si a medio grupo de críticos de vino, por ejemplo, solamente les gustaran los vinos tintos y a la otra mitad solamente los blancos, pero por lo demás congeniaran y fueran consistentes, entonces las valoraciones ganadas por un vino en particular no seguirían la ley del error, sino que la curva tendría dos picos afilados: uno por el blanco y otro por el tinto. Pero incluso en situaciones donde la aplicabilidad de la ley puede no ser obvia, desde la gama de puntos de los partidos de fútbol americano profesionales hasta la valoración de los CI de la inteligencia de la gente,^[161] la ley del error se aplica a menudo. Hace años me encontré con miles de tarjetas de inscripción para una parte de un software que un amigo había diseñado para niños de ocho y nueve años. El software no se vendió bien. ¿Quién lo compraba? Después de algunas tablas encontré que el mayor número de usuarios tenía siete años, lo que indicaba un desajuste inoportuno pero no inesperado. Lo llamativo fue que cuando hice un gráfico de barras mostrando cómo el número de compradores disminuía a medida que la edad del comprador se desviaba de la media de siete, encontré que tomaba una forma muy familiar, la ley del error.

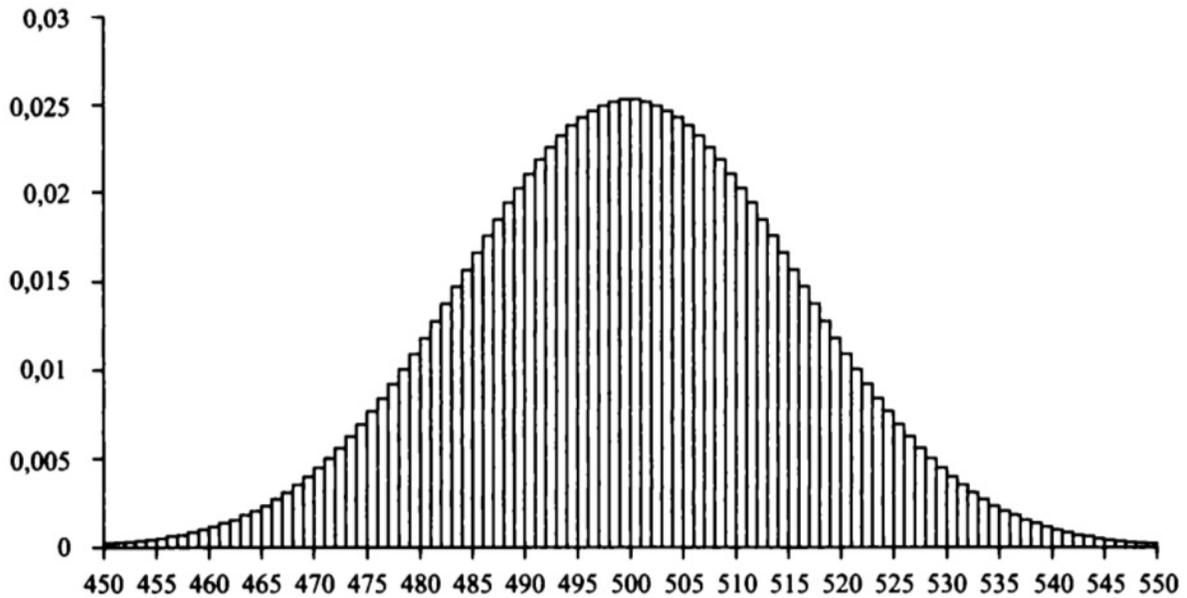
Existe alguna cosa para sospechar que los arqueros y los astrónomos, los químicos y los vendedores, encontraban la misma ley del error; hay otra para descubrir la forma específica de la ley. Llevados por la necesidad de analizar datos astronómicos, científicos como Daniel Bernoulli y Laplace postularon una serie de candidatos erróneos a finales del siglo XVIII. Al final, la función matemática correcta que describía la ley del error —la curva de campana— había estado debajo de sus narices todo el tiempo. Había sido descubierta en Londres, en un contexto diferente, muchas décadas antes.

De las tres personas decisivas en revelar la importancia de la curva de campana, su descubridor es quien hoy resuta menos reconocido. El gran paso adelante lo dio Abraham de Moivre en 1733, cuando tenía casi setenta años, y no se

hizo público hasta que salió la segunda edición de su libro *The Doctrine of Chances* cinco años después. Fue llevado a la curva mientras estaba buscando una aproximación de los números que habitan las regiones del triángulo de Pascal muy por debajo de donde yo la trunqué, cientos o miles de líneas más abajo. A fin de demostrar su versión de la ley de los grandes números, Bernoulli había tenido que forcejear con determinadas propiedades de esos números que aparecían en esas líneas. Esos números pueden ser muy grandes, por ejemplo, ¡un coeficiente en la fila 200 del triángulo de Pascal tiene 59 dígitos! En la época de Bernoulli, y de hecho en los días anteriores a los ordenadores, era muy duro obviamente calcular esos números. Ésa es la razón por la que, como dije, Bernoulli demostró su ley de los grandes números utilizando varias aproximaciones que disminuían la utilidad práctica de su resultado. Con esta curva, De Moivre fue capaz de hacer aproximaciones mucho mejores de los coeficientes y, por lo tanto, de mejorar enormemente respecto a las estimaciones de Bernoulli.

La aproximación que obtuvo De Moivre es evidente si, como hice con las tarjetas de registro, representas los números en una fila del triángulo mediante la altura de las barras en un gráfico de barras. Por ejemplo, los tres números de la tercera línea del triángulo eran 1, 2, 1. En su gráfico de barras la primera barra se eleva una unidad, la segunda dos veces esa altura, y la tercera de nuevo la unidad. Ahora miremos los cinco números de la quinta línea: 1, 4, 6, 4, 1. Este gráfico tendrá cinco barras, de nuevo comenzarán bajas, subirán hasta un pico en el centro, y entonces caerán simétricamente hasta anularse. Los coeficientes que se encuentran muy abajo en el triángulo llevan a los gráficos de barras con muchas barras, pero se comportan del mismo modo. Así es como aparece el gráfico de barras en el caso de la línea 10, 100 y 1.000 del triángulo de Pascal:





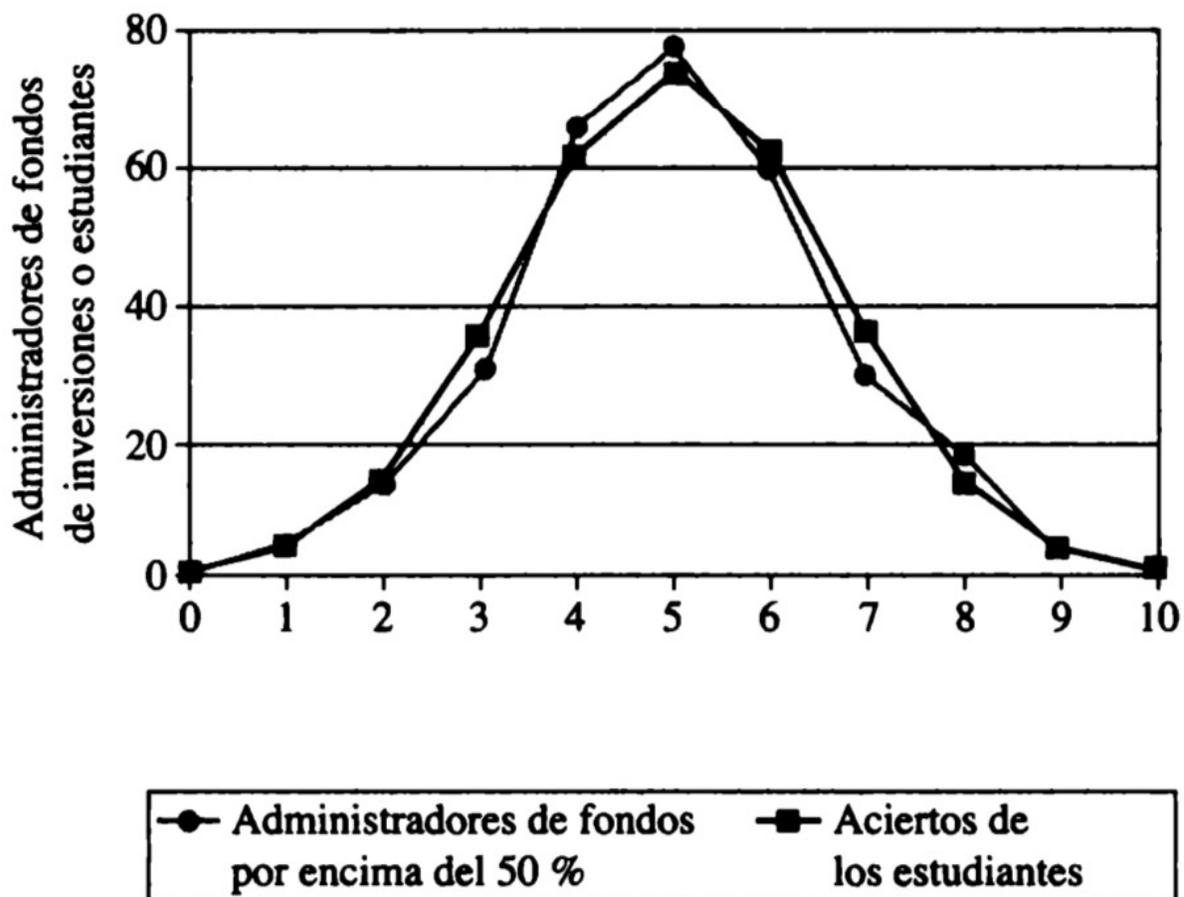
Si dibujas una curva conectando la parte de arriba de todas las barras en cada gráfico de barras, tomarán una forma característica, una forma que se aproxima a la de una campana. Si suavizas la curva un poco, podrás escribir una expresión matemática para ella. Esta curva de campana suavizada no es más que una visualización de los números en el triángulo de Pascal, es un medio para obtener una estimación precisa y fácil de usar de los números que aparecen en las líneas más bajas. Éste fue el descubrimiento de De Moivre.

Hoy en día la curva de campana se llama habitualmente «distribución normal», o a veces «distribución gaussiana» (veremos después dónde se origina el término gaussiano). La distribución normal no es realmente una curva fija, sino una familia de curvas que dependen de dos parámetros para determinar su posición y forma específicas. El primer parámetro determina dónde está localizado, que es en 5, 50 y 500 en los gráficos de más arriba. El segundo parámetro determina la extensión de la curva. Aunque su nombre moderno no llegó hasta 1894, esta medida se denomina la desviación estándar, el homólogo teórico del concepto mencionado antes, la desviación estándar muestral. En líneas generales, es la mitad de la anchura de la curva en el punto en que la curva está aproximadamente en el 60% de su altura máxima.

Hoy en día la importancia de la distribución normal se extiende mucho más allá de su uso como aproximación de los números del triángulo de Pascal. Es, de hecho, el modo más generalizado en que se distribuyen los datos.

Cuando la utilizamos para describir la distribución de los datos, la curva de campana muestra cómo, cuando haces muchas observaciones, la mayoría de éstas caen alrededor de la media, que es representada por el pico de la curva. Además, como la curva desciende simétricamente en cada lado, describe cómo el número de observaciones disminuye de igual modo por encima que por debajo de la media, al principio bastante bruscamente, y después menos drásticamente. En los datos que siguen la distribución normal, alrededor del 68% (aproximadamente dos tercios) de tus observaciones caerán dentro de una desviación estándar de la media, alrededor del 95% dentro de dos desviaciones estándar, y el 99,7% dentro de tres.

Para visualizar esto, echemos una mirada al gráfico de la página 156. En la imagen, los datos marcados con cuadrados conciernen a las conjeturas hechas por 300 estudiantes, observando cada uno una serie de 10 tiradas de moneda.^[162] A lo largo del eje horizontal se dibuja el número de aciertos, de 0 a 10. A lo largo del eje vertical se representa el número de estudiantes que consiguieron ese número de conjeturas correctas. La curva tiene forma de campana, centrada en 5 lanzamientos correctos, en cuyo punto la altura corresponde a aproximadamente 75 estudiantes. La curva cae dos tercios de su máxima altura, correspondiendo a unos 51 estudiantes, aproximadamente a medio camino entre tres y cuatro conjeturas correctas en la izquierda y seis y siete en la derecha. Una curva de campana con esta magnitud de desviación estándar es típica de un proceso aleatorio como adivinar el resultado de una tirada de moneda. El gráfico inferior también describe el rendimiento de 300 administradores de fondos de inversión. En este caso el eje horizontal representa no aciertos de los lanzamientos de la moneda, sino el número de años (hasta diez) que un administrador rindió por encima de la media del grupo. ¡Nota la similitud! Volveremos a ello en el capítulo 9.



Un buen modo de tener una impresión de cómo la distribución normal se relaciona con los errores aleatorios es considerar el proceso de votación o de muestreo. Recordemos la encuesta que describí respecto a la popularidad del alcalde de Basilea en el capítulo 5. En esa ciudad había una determinada fracción de los votantes que aprobaba al alcalde, y una fracción que lo desaprobaba que, por simplicidad, asumiremos que era del 50% cada una. Como vimos, hay una posibilidad de que aquéllos envueltos en la encuesta no reflejen exactamente esta división mitad y mitad. De hecho, si son preguntados N votantes, las posibilidades de que cualquier número dado de ellos apoye al alcalde son proporcionales a los números en línea del triángulo de Pascal. Y por lo tanto, según el trabajo de De Moivre, si los encuestadores preguntan a un gran número de votantes, las probabilidades de los diferentes resultados de la votación se pueden describir mediante la distribución normal. Eso significa que alrededor del 95% del tiempo la clasificación de aprobaciones que observan en su encuesta caerá dentro de dos desviaciones estándar de la clasificación verdadera, el 50%. Los encuestadores utilizan el término «margen de error» para describir esta incertidumbre: cuando un

encuestador dice a los medios de comunicación que su margen de error es más o menos del 5%, quieren decir que si fueran a repetir la encuesta un gran número de veces, 19 de 20 de esas veces el resultado de su encuesta estaría dentro del 5% de la respuesta correcta. (Aunque los encuestadores raramente señalan esto, también significa, obviamente, que una vez de cada veinte el resultado de su encuesta será totalmente inexacto.) Como regla general una muestra de cien da un margen de error que es demasiado grande para la mayoría de los fines. Una muestra de 1.000, por otro lado, normalmente da un margen de error aproximado del 3%, que para la mayoría de los fines es suficiente.

Es importante, siempre que se calcule cualquier tipo de sondeo o encuesta, darse cuenta de que cuando una encuesta se repite, deberíamos esperar que los resultados varíen. Por ejemplo, si en realidad el 40% de los votantes registrados aprueban el camino que está llevando el presidente en su trabajo, es mucho más probable que, digamos, seis sondeos independientes que formulan la pregunta presenten números como 37, 39, 39, 40, 42 y 42, que es que los seis sondeos coincidan en que el apoyo al presidente se encuentra en el 40%. (Esos seis números son de hecho los resultados de seis encuestas independientes que estiman la aprobación del trabajo del presidente en las dos primeras semanas de septiembre de 2006.)^[163] Ésta es la razón, como otra regla general, de que cualquier variación dentro del margen de error se deba ignorar. Pero aunque *The New York Times* no publicaría el titular, «Empleos y salarios aumentan modestamente a las 2 de la tarde», son comunes titulares análogos en los informes sobre las encuestas políticas. Por ejemplo, después de la convención republicana de 2004, la CNN publicó el titular: «Parece que adquiere una modesta vitalidad».^[164] Los expertos de la CNN venían a explicar que «la vitalidad de la convención de Bush resultó en 2 puntos de porcentaje [...] El porcentaje de votantes probables que dijeron que era su elección como presidente aumentó desde 50 antes de la convención hasta 52 inmediatamente después». Solamente después comentaron que el margen de error de la encuesta era de más o menos 3,5 puntos de porcentaje, lo que significa que el avance de noticias que habían acabado de ofrecer esencialmente no tenía sentido. Aparentemente, ese «parece que», en el lenguaje de la CNN, significa «parece que no».

Para muchas encuestas un margen de error de más del 5% no se considera aceptable, aunque en nuestras vidas cotidianas hacemos juicios basados en bastantes menos datos que eso. Las personas no llegan a jugar 100 años de baloncesto profesional, invierten en la construcción de 100 apartamentos, o fundan 100 empresas de galletas con pedacitos de chocolate. Por lo tanto, cuando juzgamos su éxito en esas empresas, los juzgamos con solamente unos pocos puntos de datos. ¿Debería un equipo de fútbol americano ofrecer 50 millones de dólares para atraer a

un chico que lleva un único año de plusmarcas? ¿Qué probabilidad hay de que el corredor de bolsa que quiere tu dinero para un asunto seguro repita sus anteriores éxitos? ¿Significa el éxito del rico inventor de los Sea Monkeys que hay una buena posibilidad de que tenga éxito con sus nuevas ideas de carpas doradas invisibles o ranas instantáneas? (Que conste que no lo tuvo.)^[165] Cuando observamos un éxito o un fracaso estamos observando un punto de datos, una muestra bajo la curva de campana que representa las potencialidades que habían existido previamente. No podemos saber si nuestras únicas observaciones representan la media, o un valor atípico, un suceso por el que apostar, o algo raro que sucede que la persona no es probable que reproduzca. Pero, al menos, debemos ser conscientes de que un punto muestral es sólo un punto muestral, y más que aceptarlo simplemente como realidad, verlo en el contexto de la desviación estándar o la gama de posibilidades que lo producen. El vino se puede valorar con un 91, pero, antes de aceptarlo, ¿cuál es nuestra estimación de la variación que tendría lugar si el mismo vino fuera valorado una y otra vez, o por alguien más? Puede ayudar saber, por ejemplo, que hace unos pocos años *The Penguin Good Australian Wine Guide* y la *On Wine Australian Wine Annual* analizaron la cosecha de 1999 del Mitchelton Blackwood Park Riesling. La guía Penguin dio al vino cinco estrellas de cinco y lo denominó «el mejor vino Penguin del año», mientras que el *Wine Annual* valoró el Riesling en la parte baja de todos los vinos que analizó, la peor cosecha producida en una década.^[166] Pero, con sus usos incorrectos aparte, el descubrimiento de la distribución normal permite hoy en día una miríada de aplicaciones estadísticas tanto en ciencia como en comercio, por ejemplo, si una compañía farmacéutica valora si los resultados de un ensayo clínico son significativos, la valoración de un fabricante de si una muestra de piezas refleja la proporción de esas que son defectuosas, o la decisión de un vendedor de actuar o no con los resultados de un sondeo de investigación.

El reconocimiento de que la distribución normal describe la distribución del error de la medida llegó décadas después del trabajo de De Moivre, de la mano de ese tipo al que su nombre a veces se une a la curva de campana, el matemático alemán Cari Friedrich Gauss. Mientras estaba trabajando en el problema del movimiento planetario, Gauss llegó a esa conclusión, al menos respecto a medidas astronómicas. Sin embargo, la «prueba» de Gauss era, como admitió él más tarde, inválida.^[167] Además, sus consecuencias de gran alcance también lo eludieron. De modo que deslizó la ley inadvertidamente en la sección final de un libro llamado *Teoría sobre el movimiento de los cuerpos celestes en secciones cónicas alrededor del sol*. Aquí pudo haber muerto, otro más en la pila creciente de propuestas abandonadas para la ley del error.

Fue Laplace el que arrancó de la oscuridad la distribución normal. Encontró

el trabajo de Gauss en 1810, poco después de leer unas memorias a la Academia en París demostrando un teorema llamado «teorema del límite central». El teorema del límite central dice que la probabilidad de que la suma de un gran número de factores aleatorios independientes asuma cualquier valor dado está distribuida según la distribución normal. Por ejemplo, supongamos que horneas 100 barras de pan, siguiendo cada vez la misma receta que debería producir barras de 1.000 gramos. Por azar a veces añadirás un poco más o un poco menos de sabor, o leche, o huevo, o puede haber más o menos humedad en el horno. Si, al final, una miríada de causas posibles añade o sustrae unos pocos gramos, el teorema del límite central dice que los pesos de tus barras variarán según la distribución normal. Después de leer el trabajo de Gauss, Laplace se dio cuenta inmediatamente de que podía usarlo para mejorar el suyo y, al mismo tiempo, de que su trabajo podía proporcionar un argumento mejor que el de Gauss para apoyar la idea de que la distribución normal era efectivamente la ley del error. Laplace envió rápidamente a la prensa una breve continuación de sus memorias sobre el teorema. Hoy en día, el teorema del límite central y la ley de los grandes números conforman los resultados más famosos en la teoría del azar.

Para ilustrar cómo el teorema del límite central explica por qué la distribución normal es la ley del error, consideremos el ejemplo de Daniel Bernoulli del arquero. Representé ese papel una noche cuando, después de una agradable velada de vino y compañía adulta, mi hijo pequeño, Nicolai, me dio un arco y una flecha y me desafió a que disparara a una manzana encima de su cabeza. La flecha tenía una punta de suave espuma, pero aun así parecía razonable llevar a cabo un análisis de mis posibles errores, y sus probabilidades. Por razones obvias, me afectaron principalmente los errores verticales. Un modelo sencillo de los errores es éste: cada factor aleatorio, digamos un error de vista, el efecto de corrientes de aire, etc., lanzará mi disparo verticalmente fuera del objetivo, sea alto o bajo, con igual probabilidad. Mi error total de puntería será entonces su suma. Si estoy de suerte, alrededor de la mitad de los errores componentes desviarán la flecha hacia arriba, y la mitad hacia abajo, y mi disparo terminará justo en el blanco. Si no tengo suerte (más bien, si mi hijo no tiene suerte) los errores caerán todos en una dirección, y mi puntería será muy defectuosa, ya sea alta o baja. La pregunta relevante es: ¿qué probabilidad hay de que los errores se cancelen, o que se sumen hasta un máximo, o que tomen otro valor en medio? Pero esto es sólo un proceso de Bernoulli; es como lanzar monedas y preguntar por la probabilidad de que la mitad salgan cara, o que todas lo hagan. La respuesta está descrita en el triángulo de Pascal, o si están implicados muchos ensayos, en la distribución normal. Y eso, en este caso, es precisamente lo que el teorema del límite central nos dice.

En la década de 1830 la mayoría de científicos creía que cada medida era un compuesto, sujeto a un gran número de fuentes de desviación, y por lo tanto a la ley del error. La ley del error y el teorema del límite central de esta manera permitieron un conocimiento de los datos nuevo y más profundo, y su relación con la realidad física. En el subsiguiente siglo los estudiantes interesados en la sociedad humana también recogieron esas ideas y encontraron para su sorpresa que la variación de las características y del comportamiento humanos a menudo manifiestan el mismo patrón que el error en la medida. Y por tanto intentaron ampliar la aplicación de la ley del error de la ciencia física hasta una nueva ciencia de asuntos humanos.

El orden en el caos

A mediados de la década de 1960, con unos noventa años y muy necesitada de dinero, una mujer francesa llamada Jeanne Calmet llegó a un acuerdo con un abogado de cuarenta y siete años.^[168] Él compró su apartamento por una paga mensual muy baja, con el acuerdo de que los pagos cesarían a su muerte, momento en el que ella se marcharía y él podría instalarse. El abogado debía haber sabido que la señora Calmet ya había sobrepasado la esperanza de vida en Francia con más de diez años. No debía de estar enterado de la teoría de Bayes, ni de que la cuestión importante no era que ella supuestamente debería haber muerto hacía diez años, sino que su esperanza de vida, dado que ya había cumplido los 90, era aproximadamente de seis años más.^[169] Sin embargo, tenía que sentirse cómodo creyendo que cualquier mujer que, siendo adolescente en 1888, hubiera conocido a Vincent van Gogh en la tienda de su tío pronto estaría junto con Van Gogh en el más allá. (Por cierto, Van Gogh le pareció «sucio, mal vestido y desagradable»).

Diez años más tarde el abogado presumiblemente había encontrado una vivienda sustitutoria, ya que Jean Calmet celebró su centésimo cumpleaños con buena salud. Y aunque su esperanza de vida fuera entonces de aproximadamente dos años, alcanzó su ciento diez cumpleaños en el piso del abogado. En ese momento el abogado tenía sesenta y siete. Pero pasó otra década antes de que la larga espera llegara a su fin, y aún así el final no fue el esperado. En 1995 el abogado murió mientras que Jean Calmet siguió viviendo, hasta el 4 de agosto de 1997; contaba con ciento veintidós años. Cuando murió, su edad sobrepasaba la del abogado en cuarenta y cinco años.

Las esperanzas de vida individuales —y las vidas— son impredecibles, pero cuando se recogen datos de grupos y se analizan en masa, surgen patrones regulares. Supongamos que conduces sin accidentes durante veinte años hasta que una tarde fatídica de vacaciones en Quebec tu suegra gritase: «¡Estate atento a ese ratón!», y

giras bruscamente hacia una señal de advertencia. Eso dice esencialmente lo mismo. Para ti, el incidente sería un único y raro suceso. Pero como indica la necesidad de la señal, en un conjunto de miles de conductores se puede contar un determinado porcentaje que se encontró con un ratón. De hecho, un grupo estadístico de personas que actúa aleatoriamente a menudo muestra un comportamiento tan consistente y predecible como un grupo de personas que persiguen objetivos deliberados. O, como el filósofo Immanuel Kant escribió en 1784: «Cada uno, según sus propias inclinaciones, persigue su propio fin, a menudo en oposición a otros; sin embargo, cada individuo y las personas, como si siguieran algún hilo guía, se dirigen hacia una meta natural pero para cada uno de ellos desconocida; todos trabajan para alcanzarla, incluso si le diesen poca importancia si lo supieran».^[170]

Según la Federal Highway Administration,^[171] por ejemplo, hay alrededor de doscientos millones de conductores en Estados Unidos.^[172] Y según la National Highway Traffic Safety Administration,^{[173][174]} en un año reciente esos conductores condujeron un total aproximado de 2,86 billones de millas. Eso es aproximadamente 14.300 millas por conductor. Ahora supongamos que cada conductor del país ha decidido que estaría bien atinar de nuevo el mismo total el año siguiente. Comparemos dos métodos que se podrían haber usado para conseguir eso. En el primer método, el gobierno instituye un sistema racionado utilizando uno de los Centros de Supercomputadoras de la National Science Foundation^[175] para asignar tarjetas de kilometraje personales que cumplen con las necesidades de cada uno de los doscientos millones de automovilistas mientras que mantienen el promedio anual previo de 14.300 millas. En el segundo método, decimos a los conductores que no se estresen, y que conduzcan cuanto quieran sin considerar cuánto condujeron el año anterior. Si el tío Billy Bob, que solía ir andando al trabajo en la tienda de licores, decide ahora recorrer 100.000 millas como mayorista de escopetas en el oeste de Texas, está bien. Y si la prima Jane en Manhattan, quien registró la mayoría de su kilometraje rodeando el edificio en los días de limpieza de la calle en busca de aparcamiento, se casa y se traslada a Nueva Jersey tampoco nos preocuparemos. ¿Qué método se acercaría más al objetivo de 14.300 millas por conductor? El primer método es imposible de probar, aunque nuestra limitada experiencia con el racionamiento de la gasolina indica que probablemente no funcionaría muy bien. El segundo método, por otro lado, fue establecido realmente, esto es, el año siguiente los conductores condujeron más o menos lo que quisieron sin intentar atinar con cualquier cuota. ¿Cómo lo hicieron? Según la National Highway Traffic Safety Administration, ese año los conductores estadounidenses condujeron 2,88 billones de millas o 14.400 por persona, solamente cien millas por encima del objetivo. Lo que es más, esos doscientos millones de conductores también sufrieron, con una diferencia de menos de doscientas, el mismo número de fatalidades en ambos años

(42.815 frente a 42.643).

Asociamos aleatoriedad con desorden. Sin embargo, aunque las vidas de doscientos millones de conductores varían imprevisiblemente, en conjunto su comportamiento podría difícilmente haber demostrado ser más ordenado. Se pueden encontrar regularidades análogas si examinamos cuánta gente vota, compra valores, se casa, se dice que se ha perdido, envía cartas con la dirección incorrecta, o está atascada en el tráfico de camino a una reunión a la que ya no quería ir en un primer momento; o si medimos la longitud de sus piernas, el tamaño de sus pies, la anchura de las nalgas, o la amplitud de su barriga cervecera. A medida que los científicos del siglo XIX escarbaban en los recientes datos sociales disponibles, dondequiera que mirasen el caos de la vida parecía que producía patrones cuantificables y predecibles. Pero no eran solamente las regularidades lo que les asombró. Fue la naturaleza de la variación. Los datos sociales, descubrieron, a menudo siguen la distribución normal.

Que la variación en las características y el comportamiento humanos está distribuida como el error en la puntería del arquero llevó a algunos científicos del siglo XIX a estudiar los blancos hacia los que apuntan las flechas de la existencia humana. Aún más importante, intentaron conseguir entender las causas sociales y físicas que a veces mueven el blanco. Y por lo tanto el campo de las matemáticas estadísticas que fue desarrollado para ayudar a los científicos en la recopilación de datos floreció en una esfera muy diferente: el estudio de la naturaleza de la sociedad.

Los estadísticos han estado analizando los datos de la vida al menos desde el siglo XI, Guillermo el Conquistador encargó lo que fue, en efecto, el primer censo nacional. Guillermo empezó su reinado a los siete años, como sucesor de su padre Guillermo II de Normandía en 1035. Pero, según reza su popular apodo, a Guillermo le gustaba conquistar, y en 1066 invadió Inglaterra. El día de Navidad ya era capaz de regalarse a sí mismo la corona. Su veloz victoria lo dejó con un pequeño problema: ¿a quién había conquistado exactamente, y, lo que es más importante, cuánto impuestos podría hacerles pagar? Para contestar esa pregunta, envió inspectores a todas partes de Inglaterra para anotar el tamaño, la propiedad y los recursos de cada parcela de tierra.^[176] Para estar seguro de que lo hacían bien, envió un segundo grupo para duplicar su esfuerzo. Debido a que los impuestos se basaban no en la población, sino en la tierra y su uso, los inspectores hicieron un valiente esfuerzo para contar cada buey, vaca y cerdo, pero no recogieron muchos datos sobre la gente que movía con una pala sus excrementos. Incluso si los datos de la población hubieran sido relevantes, en la época medieval una encuesta estadística respecto a las estadísticas más vitales sobre los seres humanos —su esperanza de

vida y enfermedades— se hubieran considerado inconsistentes con el concepto cristiano tradicional de muerte. Según esa doctrina, es incorrecto hacer de la muerte el objeto de la especulación, y casi sacrilego buscar leyes que la gobiernen. Porque si una persona moría de una infección de pulmón, dolor de estómago, o por culpa de una roca cuyo impacto excediese la fuerza compresiva de su cráneo, la causa real de la muerte de esa persona se consideraba, simplemente, voluntad de Dios. A lo largo de los siglos esa actitud fatalista flaqueó gradualmente, rindiéndose a un punto de vista opuesto según el cual al estudiar las irregularidades de la naturaleza y de la sociedad no estamos desafiando la autoridad de Dios, sino aprendiendo sobre Sus caminos.

Un gran paso en esa transformación de las opiniones llegó en el siglo XVI, cuando el alcalde mayor de Londres ordenó la recopilación del semanario *Cuentas de la mortalidad*, que contenía un recuento de los bautizos y entierros como los habían anotado los empleados de la parroquia. Durante décadas las cuentas eran esporádicas, pero en 1603, uno de los peores años de la peste, la ciudad empezó una cuenta semanal consistente. Los teóricos del continente hicieron ascos a las notas cargadas de datos como una peculiaridad inglesa y de poca utilidad. Pero para un inglés peculiar, un tendero llamado John Graunt, las cuentas revelaron un relato apasionante.^[177]

Graunt y su amigo William Petty han sido considerados los fundadores de la estadística. Éste es un campo que a veces se trata de poco culto por aquéllos centrados en matemáticas puras debido a que se ocupa de temas prácticos mundanos, y en ese sentido Graunt es un fundador apropiado. Porque a diferencia de algunos aficionados que desarrollaron la probabilidad —Cardano el médico, Fermat el jurista o Bayes el reverendo—, Graunt era un vendedor de artículos de mercería comunes: botones, hilo, agujas y otros pequeños artículos para uso en el hogar. Pero Graunt no era solamente un vendedor de botones, era un vendedor de botones rico, y su riqueza le proporcionaba el tiempo libre para buscar intereses que no tenían nada que ver con unir prendas de ropa. También le permitió entablar amistad con algunos de los mayores intelectuales de su tiempo, incluido Petty.

Graunt dedujo una inferencia de las cuentas que afectaba al número de personas que se moría de hambre. En 1665 se informó de que ese número era 45. Esto es solamente el doble de los que morían ejecutados. En contraste, se informó de que 4.808 morían de tisis, 1.929 de «fiebres con manchas y morados», 2.614 de «dientes y gusanos» y 68.596 de peste. ¿Por qué, cuando Londres estaba «rebotante de mendigos», morían de hambre tan pocos? Graunt concluyó que tenía que ser porque el populacho los estaba alimentando. Y por tanto propuso que el Estado

proporcionara comida gratis en su lugar, de ese modo no costaría nada a la sociedad a la vez que libraba las calles de Londres del siglo XVII de su equivalente de pordioseros y limpiadores de parabrisas. Graunt también intervino en la consideración de las dos teorías principales sobre cómo se extiende la peste. Una teoría era que la enfermedad se transmitía a través de aire viciado, la otra que lo hacía a través de infección entre personas. Graunt observó los registros de muertes semana tras semana y concluyó que las fluctuaciones en los datos eran demasiado grandes para ser aleatorias, como se esperaría si la teoría de la transmisión de persona a persona fuera correcta. Por otro lado, ya que el tiempo cambia erráticamente semana a semana, consideró que los datos fluctuantes eran consistentes con la teoría del aire viciado. Al final, Londres no estaba preparada para comedores de beneficencia, y los londinenses lo habrían pasado mejor evitando feas ratas que aire viciado, pero los grandes descubrimientos de Graunt recaen no sólo en sus conclusiones, sino en su comprensión de que la estadística puede proporcionar una nueva percepción del sistema a partir del cual son obtenidas.

El trabajo de Petty es considerado en ocasiones el precursor de la economía clásica.^[178] Creyendo que la fuerza del Estado depende y es reflejado por el número y el carácter de sus temas, Petty utilizó un razonamiento estadístico para analizar tales cuestiones. Generalmente, sus análisis procedían del punto de vista del soberano y trataba a los miembros de la sociedad como objetos para ser manipulados a voluntad. Respecto a la peste, señaló que ese dinero se podría gastar en prevención porque, en salvar vidas, conservaba parte de los considerables gastos que la sociedad invertía en mantener a hombres y mujeres hasta la madurez y por tanto tenía un rendimiento más alto que la más lucrativa de las inversiones alternativas. Respecto a los irlandeses, Petty no era caritativo; uno de sus conclusiones fue que el valor económico de una vida inglesa era mayor que el de una vida irlandesa, y por tanto la riqueza del reino podría aumentar si todos los irlandeses excepto unos pocos ganaderos se trasladaban por la fuerza a Inglaterra. Dio la casualidad de que Petty debió su propia salud a esos mismos irlandeses, pues como médico del ejército invasor británico en la década de 1650, se le dio la tarea de valorar los daños, y valoró que podría escaparse aprovechando una buena parte para él, cosa que hizo.^[179]

Si, como creía Petty, el tamaño y crecimiento de la población refleja la calidad del gobierno del país, entonces la carencia de un buen método para medir el tamaño de la población hacía difícil la evaluación de los gobiernos. Los cálculos más famosos de Graunt trataron esa cuestión, en particular, la población de Londres. Él sabía, gracias a las *Cuentas de la Mortalidad*, el número de nacimientos. Debido a que tenía una idea aproximada del índice de fertilidad de las mujeres, podría deducir de eso cuántas mujeres estaban en edad fértil. Eso le permitió suponer el número total de

familias, y, utilizando sus propias observaciones del tamaño medio de una familia londinense, de ese modo estimar la población total. Propuso 384.000. Previamente, la gente creía que era de dos millones. También hizo arquear las cejas de la gente al mostrar que gran parte del crecimiento de la ciudad se debía a la inmigración de las áreas periféricas, no al lento método de la procreación, y que, a pesar de los horrores de la peste, el descenso de la población de incluso la peor epidemia siempre se recuperaba antes de dos años. Y generalmente se le atribuye haber publicado la primera *Tabla de mortalidad*, un tipo de tabla utilizada por organizaciones, desde compañías de seguros de vida hasta la Organización Mundial de la Salud, que están interesadas en cuánto vive la gente. La tabla muestra cuántas personas, de un grupo de 100, se puede esperar que sobrevivan hasta una edad concreta. A los datos de Graunt (la columna en la tabla de más abajo etiquetada como «Londres 1662»), he añadido columnas adicionales que muestran los mismos datos para unos pocos países de hoy.^[180]

Edad Londres

1662

Afganistán Mozambique China Brasil R.U. Alemania EE.UU. Francia Japón
0 100 100 100 100 100 100 100 100 100 100 6 64 74 85 97 97 99 100 99 100 100 16 40 71
82 96 96 99 99 99 99 100 26 25 67 79 96 95 99 99 98 99 99 36 16 60 67 95 93 98 98 97 98
99 46 10 52 50 93 90 97 97 95 97 98 56 6 43 39 88 84 94 94 92 93 95 66 3 31 29 78 72 87
87 83 86 89 76 1 16 17 55 51 69 71 66 72 77 86 - 4 5 21 23 37 40 38 46 52 96 - 0 0 2 3 8 8
9 11 17

En 1662 Graunt publicó sus análisis en *Natural and Political Observations on the Bills of Mortality*. El libro tuvo un gran éxito. Un año después Graunt fue elegido miembro de la Roy al Society. Entonces, en 1666, el gran incendio de Londres que arrasó gran parte de la ciudad destruyó sus negocios. Por si fuera poco, fue acusado de haber contribuido a causar la destrucción al dar instrucciones de parar el suministro de agua justo antes de que el incendio empezara. En verdad, no tuvo afiliación con la compañía de agua hasta después del incendio. Aun así, después del episodio el nombre de Graunt desapareció de los libros de la Royal Society. Murió unos pocos años más tarde de ictericia.

En gran medida debido a Graunt, en 1667 los franceses se pusieron de acuerdo con los ingleses y adaptaron su código legal para permitir encuestas como las cuentas de la mortalidad. Les siguieron otros países europeos. En el siglo XIX estadísticos de toda Europa estaban desbordados por «una avalancha de

números»,^[181] archivos gubernamentales como, por ejemplo datos, del censo. El legado de Graunt fue demostrar que las deducciones sobre la población como un todo se podrían hacer examinando cuidadosamente una muestra limitada de datos. Pero aunque Graunt y otros hacían valientes esfuerzos para aprender desde los datos hasta la aplicación de la lógica sencilla, la mayoría de los secretos de los datos esperaban los desarrollos de las herramientas creadas por Gauss, Laplace y otros, muchos en el siglo XIX y principios del XX.

El término «estadística» se ha introducido en el idioma castellano a partir de la palabra alemana *Statistik*, procedente de una traducción de 1770 del libro *Bielfield's Elementary Universal Education*, que afirmaba que «la ciencia llamada estadística nos enseña cuál es el plan político de todos los estados modernos en el mundo conocido».^[182] En 1828 la materia se había desarrollado tanto que Webster definió la estadística como «una colección de hechos con relación al estado de la sociedad, la condición de las personas en una nación o país, su salud, longevidad, economía doméstica, artes, fuerza de propiedad y política, el estado de su país, etc».^[183] El campo había abrazado los métodos de Laplace, que intentaba extender su análisis matemático desde los planetas y estrellas hasta los temas de la vida cotidiana.

La distribución normal describe cómo varían todos los fenómenos alrededor de un valor central que representa su resultado más probable; en su *Essai sur les probabilités* Laplace sostenía que estas nuevas matemáticas se podrían utilizar para evaluar testimonios legales, para predecir índices de matrimonios, para calcular primas de seguro. Pero cuando preparó la edición final de su *Essai sur les probabilités*, Laplace ya era sesentón. De modo que recayó en un hombre más joven comprender y desarrollar sus ideas. Ese hombre era Adolphe Quetelet, nacido en Ghent, Bélgica, el 22 de febrero de 1796.^[184]

Quetelet no se inscribió en sus estudios animado por un interés profundo en el funcionamiento de la sociedad. Su disertación de 1819 —que le hizo ganar el primer doctorado de ciencia otorgado por la nueva universidad en Ghent— era sobre la teoría de las secciones cónicas, un tópico en geometría. Entonces su interés se desplazó a la astronomía, y alrededor de 1820 se hizo activo en un movimiento para fundar un nuevo observatorio en Bruselas, donde había obtenido un puesto. Hombre ambicioso, aparentemente vio el observatorio como un paso adelante hacia un imperio científico. Fue un movimiento audaz, no menos porque sabía relativamente poco sobre astronomía y virtualmente nada sobre llevar un observatorio. Pero debió de ser persuasivo, porque no sólo su observatorio recibió financiación, sino que él personalmente recibió una beca para ir a París varios meses para remediar esas deficiencias. Demostró ser una inversión acertada, porque su

Observatoire Royal todavía existe en la actualidad.

En París, la vida desordenada tuvo sus propios efectos en Quetelet, y lo atrajo a una dirección completamente diferente. Su romance con la estadística empezó cuando conoció a varios grandes matemáticos franceses, entre ellos Laplace y Joseph Fourier, y estudió estadística y probabilidad con Fourier. Al final, aunque aprendió a llevar un observatorio, se enamoró de un pasatiempo diferente, la idea de aplicar las herramientas matemáticas de la astronomía a datos sociales.

Cuando Quetelet volvió a Bruselas empezó a recolectar y a analizar datos demográficos, centrándose enseguida en los registros de actividad criminal que el gobierno francés empezó a publicar en 1827. En «Sur l'homme et le developpement de ses facultés», un trabajo de dos volúmenes publicado en 1835, Quetelet imprimió una tabla de asesinatos anuales denunciados en Francia de 1826 a 1831. Se dio cuenta de que el número de asesinatos era relativamente constante. Y también lo era la proporción de asesinatos cometidos cada año con armas de fuego, espadas, cuchillos, varas, piedras, instrumentos cortantes y punzantes, patadas y puñetazos, estrangulación, ahogamiento y fuego.^[185] Quetelet también analizó la mortalidad, según la edad, geografía, estación y profesión, en hospitales y prisiones. Estudió estadística en la embriaguez, la locura y el crimen. Y descubrió regularidades estadísticas que describían el suicidio por ahorcamiento en París, y el número de bodas entre mujeres de sesenta y pico años y hombres de treinta y pico en Bélgica.

Los estadísticos habían estado realizando tales análisis durante siglos, pero Quetelet hizo algo más con los datos: fue más allá examinando su media para escudriñar su distribución. Adondequiera que mirase, Quetelet encontraba la distribución normal. En las propensiones al crimen, matrimonio y suicidio. En las alturas de los indios norteamericanos y los pechos de los soldados escoceses. (Se encontró con una muestra de 5.738 medidas de pecho en un viejo número de la revista *Edinburgh Medical and Surgical Journal*.) En las alturas de 100.000 jóvenes franceses llamados para el servicio militar, también encontró significado a partir de la distribución normal. En esos datos, cuando se trazaba el número de reclutas en función de la altura, la curva en forma de campana se deformaba. Había demasiado pocas posibilidades de que su altura estuviera justo por encima de 5,2 pies, y un excedente compensatorio justo debajo de esa altura. Quetelet argumentó que la diferencia de aproximadamente 2.200 «hombres-bajitos» extra era debido a fraude, o podríamos decir falsificación amistosa, porque aquéllos por debajo de 5,2 pies eran excusados del servicio militar.

Décadas después el gran matemático francés Henri Poincaré utilizó el método

de Quetelet para echar el guante a un panadero que estaba defraudando a sus clientes. Al principio Poincaré, que tenía el hábito de recoger una barra de pan cada día, se dio cuenta de que después de pesar sus barras promediaban aproximadamente 950 gramos en lugar de los 1.000 gramos anunciados. Se quejó a las autoridades y, entonces, recibió barras de pan más grandes. Aun así, tenía todavía la corazonada de que había algo en su pan que no era apropiado. Y por tanto, con la paciencia que sólo un famoso o al menos un veterano erudito puede permitirse, pesó cuidadosamente su pan cada día durante el año siguiente. Aunque su pan ahora promediaba cerca de 1.000 gramos, si el panadero había sido honesto dándole barras de pan aleatorias, el número de barras de pan más pesadas y más ligeras que el promedio, como mencioné en el capítulo precedente, deberían haber disminuido siguiendo el patrón con forma de campana de la ley del error. En su lugar Poincaré encontró que había demasiadas pocas barras ligeras y un excedente de las pesadas. Concluyó que el panadero no había parado de hornear barras de pan de peso insuficiente, sino que en su lugar intentaba apaciguarlo dándole siempre la barra más grande que tuviera a mano. La policía visitó de nuevo al panadero tramposo, quien según se dice estaba apropiadamente pasmado y presumiblemente estuvo de acuerdo en cambiar su modo de hacer.^[186]

Quetelet había tropezado con un descubrimiento útil: los patrones de la aleatoriedad son tan fiables que en determinados datos sociales su violación puede ser tomada como una prueba de maldad. Hoy en día tales métodos se aplican para escarbar entre montones de datos demasiado grandes para haber sido analizados en la época de Quetelet. En nuestros tiempos, de hecho, esa estadística de detective se ha hecho popular, creando un nuevo campo llamado «economía forense». Quizá el caso más famoso de economía forense fue el estudio estadístico que sugería que los corredores de fondos de inversión estaban antedatando sus cambios. La idea es simple: las empresas conceden la opción de compra de acciones antes de que salgan a la venta pública, como incentivo para los ejecutivos y para mejorar los precios de las acciones de sus compañías. Si las concesiones se adelantan cuando las cotizaciones de las acciones son muy bajas, las ganancias de los ejecutivos resultan proporcionalmente altas. Una buena idea, que, sin embargo, si se hace en secreto, viola las leyes de valores. Y deja una huella digital estadística, que ha conducido a la investigación de tales prácticas en aproximadamente una docena de grandes empresas.^[187] En un ejemplo menos divulgado, Justin Wolfers, un economista de The Wharton School, encontró evidencia de fraude en los resultados de aproximadamente setenta mil partidos de baloncesto universitarios.^[188]

Wolfers descubrió la anomalía comparando el margen de puntos de un corredor de apuestas de Las Vegas con los resultados verdaderos de los partidos.

Cuando un equipo es favorito, el corredor de apuestas ofrece unos márgenes de puntos determinados para atraer un número aproximadamente igual de apuestas en ambos competidores. Eso les permite sacar tajada del acto mientras que eliminan el riesgo de una gran pérdida. Por ejemplo, supongamos que el equipo de baloncesto de Caltech se considera mejor que el equipo de UCLA (para aficionados del baloncesto universitario, sí, era realmente cierto en los años cincuenta). Más que asignar probabilidades desequilibradas a las apuestas, los corredores de apuestas podrían en su lugar ofrecer una apuesta igualada en el partido, pero pagar una apuesta a favor sólo si su equipo ganase a UCLA por, digamos, trece puntos o más.

Aunque tales márgenes de puntos son puestos por los corredores, realmente están fijados por el conjunto de los apostadores porque los corredores los ajustan para equilibrar la demanda. (Los corredores de apuestas hacen su dinero con pagos, e intentan tener una cantidad igual de dinero apostado en cada lado de modo que no pueden perder, sea el resultado que sea.) Los economistas miden cuán bien se comportan los apostadores a través de un número llamado «error de pronóstico», la diferencia entre el margen de victoria del equipo favorito y el margen de puntos determinado por el mercado. Siendo un tipo de error, no será una sorpresa que el error de pronóstico se distribuya según la distribución normal. Wolfers descubrió que su media es cero, de modo que el margen de puntos no tiende a sobrestimar o subestimar equipos, y su desviación estándar es de 10,9 puntos, lo que significa que alrededor de dos terceras partes de las veces, el margen de puntos está dentro de 10,9 puntos del margen de victoria verdadero. (En un estudio de partidos de fútbol americano profesionales, se encontró un resultado parecido, con una media de cero y una desviación estándar de 13,9 puntos.)^[189]

Cuando Wolfers examinó el subconjunto de partidos que implicaban claros favoritos descubrió algo asombroso. Había una escasez de varios porcentajes de los partidos en los que los claros favoritos ganaban por un poco más que el margen de puntos, y un inexplicable excedente de partidos en los que los favoritos ganaban por justo un poco menos. Esto era, de nuevo, la anomalía de Quetelet. La conclusión de Wolfers, como la de Quetelet y Poincaré, fue que había fraude. El análisis de Wolfers era así: es difícil incluso para un jugador de élite asegurar que supera un margen de puntos, pero si su equipo es un claro favorito, un jugador puede aflojar lo suficiente como para que su equipo no supere el margen, sin poner en peligro la oportunidad de victoria de su equipo. Y por lo tanto, si apostadores sin escrúpulos quieren fijar los partidos sin pedir a los jugadores que se arriesguen a perder, el resultado serían las distorsiones que encontró Wolfers. ¿Probaba el trabajo de Wolfers que en un porcentaje de partidos de baloncesto los jugadores estaban siendo sobornados para afeitar puntos? No, pero como Wolfers dice: «No deberías tener lo que pasa en los

tribunales reflejando lo que pasa en Las Vegas». Y es interesante hacer notar que en un sondeo reciente de la N.C.A.A.,^[190] el 1,5% de los jugadores admitieron conocer a un compañero de equipo «que cobraba dinero por jugar mal».^[191]

Quetelet no perseguía las aplicaciones forenses de sus ideas. Tenía planes más ambiciosos: utilizar la distribución normal para iluminar la naturaleza de la gente y de la sociedad. Si haces miles de copias de una estatua, escribió, esas copias variarán debido a errores de medida, y de habilidad y la variación estará gobernada por la ley del error. Si la variación de los rasgos físicos de las personas sigue la misma ley, razonó, debe de ser porque, también, son réplicas imperfectas de un prototipo. Quetelet llamó al prototipo *l'homme moyen*, el hombre medio. Creía que además existía una plantilla para el comportamiento humano. El gerente de un departamento grande puede no saber si la nueva cajera psicodélica se guardará en el bolsillo la botella de media onza de Chanel Allure que está oliendo, pero puede contar con la predicción de que en los negocios de venta al detalle las pérdidas de inventario van con paso firme de año a año alrededor del 1,6%, y que, por consiguiente, aproximadamente entre el 45 y el 48% de éstas son debidas a robos de empleados.^[192] El crimen, escribió Quetelet, es «como un presupuesto que se paga con espantosa regularidad...».^[193]

Quetelet reconoció que *l'homme moyen* sería diferente en culturas diferentes, y que podría cambiar si cambiasen las condiciones sociales. De hecho, el estudio de esos cambios y sus causas era su mayor ambición. «El hombre nace, crece y se muere según determinadas leyes», escribió, y esas leyes «nunca se han estudiado»^[194] Newton se convirtió en el padre de la física moderna reconociendo y formulando un conjunto de leyes universales. Modelándose a sí mismo tras Newton, Quetelet deseaba crear una nueva «física social» describiendo las leyes del comportamiento humano. En la analogía de Quetelet, igual que un objeto, si no se toca, sigue en su estado de movimiento, así sucede con el comportamiento colectivo de las personas; si las condiciones sociales se mantienen inalteradas, se mantiene constante. Y así como Newton describió cómo las fuerzas físicas desvían un objeto de su trayectoria recta, Quetelet buscaba que las leyes del comportamiento humano describiesen cómo las fuerzas sociales transforman las características de la sociedad. Por ejemplo, Quetelet creía que las grandes desigualdades de riquezas y las grandes fluctuaciones en los precios eran responsables del crimen y las tensiones sociales, y que el nivel regular del crimen representaba un estado de equilibrio que modificaría con cambios en las causas subyacentes. Un ejemplo clarísimo de tal cambio en el equilibrio social ocurrió poco después de los ataques del 11 de septiembre, cuando en los meses posteriores, los viajeros, temerosos de coger aviones, de repente se pasaron al coche. Ese miedo se tradujo en aproximadamente mil víctimas mortales

más en las autopistas en ese período que en el mismo período del año anterior, bajas ocultas del ataque.^[195]

Pero creer que existe una física social es una cosa, y definirla es otra. En una ciencia verdadera, se dio cuenta Quetelet, las teorías se podrían investigar poniendo a la gente en un gran número de situaciones experimentales y midiendo su comportamiento. Como eso no es posible concluyó que la ciencia social es más como la astronomía que como la física, con nuevas percepciones deducidas a través de observaciones pasivas. Y por tanto, intentando descubrir las leyes de la física social, estudió la variación temporal y cultural en *l'homme moyen*.

Las ideas de Quetelet fueron bien recibidas, especialmente en Francia y en Gran Bretaña. Un fisiólogo incluso recolectó orina de un urinario de una estación de ferrocarril frecuentado por gente de muchas nacionalidades para determinar las propiedades de la «orina media europea».^[196] En Gran Bretaña el discípulo más entusiasta de Quetelet era un rico historiador y jugador de ajedrez llamado Henry Thomas Buckle, más conocido por un ambicioso libro que debía componerse de varios volúmenes llamado *Historia de la civilización en Inglaterra*. Desafortunadamente, en 1861, cuando tenía cuarenta años, Buckle contrajo el tífus mientras viajaba por Damasco. Le fueron ofrecidos los servicios de un médico local, que rechazó porque el hombre era francés, y murió. Por tanto Buckle nunca terminó su tratado. Pero completó los dos volúmenes iniciales, el primero de los cuales presentaba la historia desde un punto de vista estadístico. Se basaba en el trabajo de Quetelet, y fue un éxito inmediato. Leído por toda Europa, se tradujo al francés, al alemán y al ruso. Darwin lo leyó; Alfred Russel Wallace lo leyó; Dostoyevsky lo leyó dos veces.^[197]

A pesar de su popularidad, el veredicto de la historia es que las matemáticas de Quetelet demostraron ser más prácticas que su física social. Primero, no todo lo que sucede en la sociedad, especialmente en el campo financiero, está gobernado por la distribución normal. Por ejemplo, si los ingresos de las películas estuvieran distribuidos normalmente, la mayoría de las películas ganarían cerca de una cantidad media, y dos terceras partes de todos los ingresos de películas caerían dentro de una desviación estándar de ese número. Pero en el negocio del cine el 20% de las películas proporcionan el 80% de los ingresos.

Los negocios que manejan éxitos, aunque totalmente impredecibles, siguen una distribución muy diferente, una para la que el concepto de media y desviación estándar no tienen significado porque no hay una representación «típica» y esos valores extremos megaexitosos, que en un negocio ordinario pueden aparecer sólo

una vez cada pocos siglos, ocurren cada pocos años.^[198]

Más importante que ignorar otras distribuciones de probabilidades, sin embargo, es el hecho que Quetelet nunca hizo muchos progresos descubriendo las leyes y fuerzas que buscaba, de modo que al final su impacto directo en la ciencia social demostró ser modesto. Con todo, su legado es innegable y de gran alcance. Descansa no en las ciencias sociales, sino en las «ciencias duras», donde su propuesta para entender el orden en grandes números de sucesos aleatorios inspiró más adelante a muchos estudiantes y engendró un trabajo revolucionario que transformó el modo de pensar tanto en biología como en física.

Fue el primo carnal de Charles Darwin quien introdujo el pensamiento estadístico en la biología. Hombre ocioso, Francis Galton había entrado en el Trinity College, en Cambridge, en 1840.^[199] Primero estudió medicina, pero después siguió el consejo de Darwin y cambió su campo a las matemáticas. Tenía veintidós años cuando murió su padre, y heredó una suma considerable. Nunca había necesitado trabajar para vivir y, se convirtió en un científico aficionado. Su obsesión eran las medidas. Midió el tamaño de las cabezas, las narices y los labios de las personas, el número de veces que la gente se movía nerviosamente mientras escuchaba conferencias, y el grado de atractivo de las chicas que pasaban por la calle (las chicas londinenses eran las que puntuaban más, las de Aberdeen las que menos). Midió las características de las huellas dactilares de las personas, que llevó a la adopción de la identificación por huellas dactilares por parte de Scotland Yard en 1901. Incluso midió la esperanza de vida de los soberanos y el clero, que, siendo similares a las esperanzas de vida de las personas en otras profesiones, lo llevó a concluir que la plegaria no traía ningún beneficio.

En su libro de 1869 *Hereditary Genius*, Galton escribió que la proporción de población en cualquier rango dado de alturas debería ser casi uniforme a lo largo del tiempo y que la distribución normal gobierna la altura y cualquier otra característica física: la circunferencia de la cabeza, el tamaño del cerebro, el peso de la materia gris, el número de nervios del cerebro, *etc.* Pero Galton no se detuvo aquí. Creía que el carácter humano también está determinado por herencia, y, como las características físicas de las personas, obedece de alguna manera a la distribución normal. Y por tanto, según Galton, los hombres no «tienen un valor igual, como las unidades sociales, igualmente capaces de votar, y el resto».^[200] En cambio, afirmó, aproximadamente 250 de cada millón de hombres heredan una capacidad excepcional en alguna área y como resultado se convierte en eminente en su campo. (Como, en su época, las mujeres generalmente no trabajaban, no hizo un análisis similar para las mujeres.) Galton fundó un nuevo campo de estudio alrededor de

esas ideas, llamándolo eugenesia, de las palabras del griego *eu* (bueno) y *gen* (nacimiento). A lo largo de los años la eugenesia ha significado muchas cosas diferentes para muchas personas diferentes. El término y algunas de sus ideas fueron incluso adoptados por los nazis. Pero no existe prueba alguna de que Galton hubiera aprobado sus esquemas homicidas. Su esperanza, más bien, era encontrar un camino para mejorar la condición del género humano a través de la reproducción selectiva.

Gran parte del capítulo 9 está dedicado a entender las razones de por qué la sencilla interpretación causa-efecto de Galton es tan seductora. Pero veremos en el capítulo 10 que debido a la miríada de obstáculos previsibles y aleatorios que debe ser superada para completar una tarea de cualquier complejidad, la conexión entre capacidad y realización es mucho menos directa de lo que las ideas de Galton posiblemente explicaban. De hecho, en los últimos años, los psicólogos han descubierto que la capacidad de persistir frente a obstáculos es al menos un factor tan importante en el éxito como el talento.^[201] Ésa es la razón por la que los expertos a menudo hablan de «la regla de los 10 años», lo que significa que se tarda al menos una década de duro trabajo, práctica y esfuerzo para conseguir un gran éxito en la mayoría de los intentos. Puede parecer desalentador pensar que el esfuerzo y el azar, tanto como el talento innato, son lo que cuentan. Pero lo encuentro esperanzador porque, mientras que nuestra composición genética está fuera de nuestro control, nuestro grado de esfuerzo nos corresponde a nosotros. Y los efectos del azar, también, se pueden controlar hasta el punto de que cometiendo repetidos intentos podemos aumentar nuestras probabilidades de éxito.

Sean los que fueren los pros y contras de la eugenesia, los estudios de herencias de Galton lo llevaron a descubrir dos conceptos matemáticos fundamentales para la estadística moderna. Uno llegó a él en 1875 después de distribuir paquetes de vainas de guisantes de olor entre siete amigos. Cada amigo recibió semillas de tamaño y peso uniformes y, después de recoger las semillas de las nuevas generaciones, las devolvieron a Galton. Las midió y se dio cuenta de que el diámetro medio del vástago de las semillas grandes era menor que el de los padres, mientras que el diámetro de los vástagos de las semillas pequeñas era mayor. Más adelante, utilizando datos obtenidos de un laboratorio que estableció en Londres, se dio cuenta del mismo efecto en las alturas de los seres humanos padres e hijos. Puso por nombre al fenómeno —que en medidas relacionadas, si una cantidad medida está lejos de la media, la otra estará más cerca de la media— regresión a la media.

Galton pronto se dio cuenta de que los procesos que no presentaban regresión

a la media finalmente no tendrían control. Por ejemplo, supongamos que los hijos de padres altos de media fueran tan altos como sus padres. Ya que las alturas varían, eso significa que algunos serían más altos y otros más bajos. Ahora imaginemos la siguiente generación y supongamos que los hijos de los hijos más altos, nietos de los hombres originales, fueran también de media tan altos como sus padres. Algunos de ellos, asimismo, tendrían que ser más altos que sus padres. De este modo, una generación detrás de otra, los seres humanos más altos serían siempre más altos. Debido a la regresión a la media esto no sucede. Se podría decir lo mismo de la inteligencia innata, el talento artístico o la capacidad de golpear una pelota de golf. Y así como los padres muy altos no deberían esperar que sus hijos sean tan altos, los padres muy brillantes no deberían esperar que sus hijos fueran tan brillantes, y los Picassos y Tiger Woods de su mundo no deberían esperar que sus hijos igualasen sus logros. Por otro lado, los padres muy bajos pueden esperar vástagos más altos, y aquellos de nosotros que no somos brillantes o que no sabemos pintar tenemos una esperanza razonable de que nuestras deficiencias sean mejoradas en la siguiente generación.

En su laboratorio Galton atraía a sujetos a través de anuncios, y entonces los exponía a series de medidas de altura, peso e incluso de las dimensiones de determinados huesos. Su objetivo era encontrar un método para saber cómo predecir las medidas de los hijos a partir de las de sus padres. Una de las gráficas de Galton mostraba la altura de los padres en función de las alturas de sus vástagos. Si, digamos, esas alturas fueran siempre iguales, la gráfica sería una línea nítida aumentando 45 grados a lo largo de la diagonal. Si esa relación tuviera una media, pero los puntos individuales de datos variasen, entonces los datos mostrarían alguna dispersión por encima y por debajo de esa línea. Los gráficos de Galton mostraban, por tanto, visualmente, no sólo la relación general entre las alturas de los padres y los vástagos, sino también el grado que mantiene la relación. Ésa fue la otra gran contribución de Galton a la estadística, definir un índice matemático que describiera la consistencia de tales relaciones. Lo llamó «coeficiente de correlación».

El coeficiente de correlación es un número entre -1 y 1 ; si está cerca de $+1$ o -1 indica que hay dos variables relacionadas linealmente; un coeficiente de cero significa que no hay relación. Por ejemplo, si los datos revelasen que por comer el último menú de McDonald de mil calorías una vez a la semana todo el mundo ganaría diez libras de peso al año, y que por comerlo dos veces por semana ganaría veinte y así sucesivamente, el coeficiente de correlación sería 1 . Si por alguna razón todos en perdieran ese peso, el coeficiente de correlación sería de -1 . Y si el peso ganado y perdido estuviese por todo el plano y no dependiese de la consumición de comida, eso daría un coeficiente de 0 . Hoy en día los coeficientes de correlación están

entre los conceptos más ampliamente utilizados en estadística. Se emplean para calcular las relaciones como las que hay entre el número de cigarrillos fumados y la incidencia del cáncer; la distancia de las estrellas y la velocidad a la que se alejan de nosotros; y las puntuaciones conseguidas en los test educacionales estandarizados y los ingresos de las familias de los estudiantes.

Además de estas contribuciones directas, el trabajo de Galton fue importante porque inspiró mucho el trabajo estadístico hecho en las décadas que siguieron, décadas en las que el campo de la estadística creció rápidamente y maduró. Uno de los avances más importantes lo hizo un discípulo de Galton llamado Karl Pearson. En este capítulo ya he mencionado muchos tipos de datos que están distribuidos según la distribución normal. Pero con un grupo de datos finito nunca es perfecta. En los primeros tiempos de la estadística los científicos a veces concluían que los datos estaban distribuidos normalmente dibujando una curva y observando si la forma de esa curva resultante se parecía a una campana. Pero ¿cómo cuantificas lo bueno que es el ajuste realmente? Pearson inventó un método llamado «la prueba de chi-cuadrado» con el que se determina si realmente un grupo de datos se ajusta a la distribución que crees que se ajusta. Demostró su prueba en Monte Carlo en julio de 1892, donde llevó a cabo una especie de repetición rigurosa del trabajo de Jagers.^[202] En la prueba de Pearson, como en la de Jagers, los números que salen en la ruleta no siguen la distribución que tendrían si la rueda fuese aleatoria. En otra prueba de Pearson examinaba cuántos cinco y seises salieron en 26.306 tiradas de doce dados. Descubrió que la distribución no era la que ves en un experimento al azar con dados buenos, esto es, en un experimento en el que la probabilidad de cinco o seis en una tirada era $1/3$, o 0,3333. Pero esto es consistente si la probabilidad de un cinco o un seis fuera 0,3777, esto es, si el dado estuviera desequilibrado. En el caso de la ruleta el juego puede haber sido manipulado, pero los dados fueron probablemente predispuestos debido a una variación en la fabricación, que como mi amigo Moshe enfatizó está siempre presente.

Hoy en día las pruebas de chi-cuadrado se utilizan ampliamente. Por ejemplo, en lugar de una prueba de dados, supongamos que quieres examinar tres posibles cajas de cereales para atraer a su consumidor. Si los consumidores no tienen preferencias esperaríamos que alrededor de $1/3$ de aquellos encuestados votaran para cada caja. Los resultados actuales, sin embargo, raramente se distribuirán tan regularmente. Utilizando la prueba de chi-cuadrado puedes determinar la probabilidad de que la caja ganadora reciba más votos debido a la preferencia del consumidor y no tanto al azar. Del mismo modo, si una compañía farmacéutica hace un experimento en el que analiza dos tratamientos diferentes utilizados en prevenir el rechazo de un trasplante agudo, una prueba de chi-cuadrado se puede usar para

determinar si existe una diferencia estadística significativa entre ellos. O supongamos que antes de abrir un nuevo mercado una compañía de alquiler de coches espera que el 25% de sus clientes pida coches más pequeños que compactos, el 50% compactos y el 12,5% la categoría de tamaño medio o la catalogada como «otras». Cuando los datos empiecen a llegar, una prueba de chi-cuadrado puede ayudar a la compañía a decidir rápidamente si su suposición era correcta, o que el nuevo emplazamiento es atípico y que harían bien en alterar la relación.

A través de Galton, el trabajo de Quetelet se introdujo en las ciencias biológicas. Pero Quetelet también ayudó a animar una revolución en las ciencias físicas: tanto James Clerk Maxwell como Ludwig Boltzmann, dos de los fundadores de la física estadística, sacaron inspiración de las teorías de Quetelet. (Como Darwin y Dostoyevsky, ellos leyeron sobre él en el libro de Buckle.) Después de todo, si los pechos de 5738 soldados escoceses se distribuyen bien a lo largo de líneas de distribución normal, y el promedio anual de kilometraje de doscientos millones de conductores pueden variar tan poco como 100 millas de año a año, puedes pensar que no se necesita ser un Einstein para adivinar que 10.000.000.000.000.000.000.000.000 de moléculas más o menos en un litro de gas pueden mostrar algunas irregularidades interesantes. Pero en realidad, fue Einstein quien finalmente convenció al mundo científico de la necesidad de dar un nuevo enfoque a la física. Lo hizo en 1905, el mismo año que publicó su primer trabajo sobre la relatividad. Y aunque poco conocido en la cultura popular, su artículo de 1905 sobre física estadística demostró ser igualmente revolucionario. En la literatura científica, de hecho, se convertiría en su trabajo más citado.^[203]

El trabajo de 1905 de Einstein sobre física estadística pretendía explicar un fenómeno llamado «movimiento browniano». El proceso debe su nombre al doctor Robert Brown, un experto mundial en microscopía y la persona que tiene el honor de haber hecho la primera descripción clara del núcleo de las células. El objetivo de Brown en vida, perseguido con implacable energía, era descubrir a partir de sus observaciones la fuente de la fuerza de la vida, una influencia misteriosa que en los días de Brown se creía que sostiene sobre algo la propiedad de estar vivo. En esa búsqueda Brown estaba condenado al fracaso, pero un día de junio de 1827 creyó que lo había logrado.

Mirando a través de sus lentes, Brown se dio cuenta de que los granulos dentro de los granos de polen que estaba observando parecían estar moviéndose.^[204] A pesar de la fuente de vida, el polen no es en sí mismo un ser viviente. Sin embargo, siempre que Brown miraba fijamente el movimiento nunca cesaba, como si los granulos poseyeran alguna energía misteriosa. Esto no era movimiento

intencionado; el movimiento parecía, de hecho, ser completamente aleatorio. Con gran emoción Brown concluyó al principio que había cazado su presa, porque ¿qué podría ser esta energía, más que la energía que propulsa la vida en sí misma?

En una serie de experimentos que realizó asiduamente a lo largo del mes siguiente, Brown observó el mismo tipo de movimiento cuando se suspendían en agua, y algunas veces en ginebra, con una variedad de partículas orgánicas tan amplia como pudo tener en sus manos: fibras descompuestas de ternera, telarañas «ennegrecidas con polvo de Londres», incluso sus propias mucosidades. Fue así como, en un golpe de gracia a su quimérica interpretación del descubrimiento, Brown también reparó en el movimiento cuando observaba partículas inorgánicas de asbesto, cobre, bismuto, antimonio y manganeso. Entonces supo que el movimiento que observaba no estaba relacionado con la cuestión de la vida. La causa verdadera del movimiento browniano demostraría ser la misma fuerza que se imponía en las regularidades del comportamiento humano que Quetelet había apuntado, no una fuerza física, sino una fuerza aparente que surgía de los patrones de aleatoriedad. Desafortunadamente Brown no vivió para ver esta explicación del fenómeno que había observado.

El trabajo preliminar para entender el movimiento browniano fue establecido en las décadas que siguieron al trabajo de Brown por Boltzmann, Maxwell y otros. Inspirados por Quetelet, crearon un nuevo campo de física estadística, utilizando el edificio matemático de la probabilidad y la estadística para explicar cómo las propiedades de los fluidos surgen del movimiento de los (entonces hipotéticos) átomos que los componen. Sus ideas, sin embargo, no cuajaron a lo largo de las posteriores décadas. Algunos científicos se oponían a cuestiones matemáticas de la teoría. Otros se oponían porque, por entonces, nadie había visto nunca un átomo y nadie creía que lo haríamos nunca. Pero la mayoría de físicos son prácticos y por tanto el obstáculo más grande en el camino de la aceptación era que la teoría estadística, aunque reproducía algunas leyes que ya se conocían, hacía unas pocas predicciones nuevas. Y así siguió hasta 1905, cuando, mucho después de que Maxwell muriera y poco después de que un abatido Boltzmann se suicidara, Einstein utilizó la teoría naciente para explicar con detalle altamente numérico el mecanismo preciso del movimiento browniano.^[205] La necesidad de un enfoque estadístico de la física nunca más estaría en duda, y la idea de que la materia está hecha de átomos y moléculas demostraría ser la base de la más moderna tecnología y una de las ideas más importantes en la historia de la física.

El movimiento aleatorio de las moléculas en un fluido es, como veremos en el capítulo 10, una metáfora apta para nuestros propios recorridos a través de la vida,

y por lo tanto vale la pena tomarse un tiempo en echar al trabajo de Einstein una mirada más profunda. Según la imagen atómica, el movimiento fundamental de las moléculas de agua es caótico. Primero vuelan por este camino, después por ése, moviéndose en línea recta sólo hasta que se desvían por un encuentro con una de sus hermanas. Este tipo de recorrido —uno en el que en varios puntos la dirección cambia aleatoriamente— a menudo se llama «el andar del borracho», por razones obvias para cualquiera que haya disfrutado de unos pocos Martinis de más (matemáticos y científicos más sobrios a veces lo llaman «recorrido aleatorio»). Si las partículas que flotan en el líquido son, como la teoría atómica predice, bombardeadas continua y aleatoriamente por las moléculas del líquido, uno puede esperar que se sacuda de este modo debido a las colisiones. Pero existen dos problemas con esa imagen del movimiento browniano. Primero, las moléculas son obviamente demasiado ligeras para mover las partículas flotantes visibles; segundo, las colisiones moleculares ocurren mucho más frecuentemente que las sacudidas observadas. Parte de la genialidad de Einstein fue darse cuenta de que esos dos problemas se cancelan el uno al otro: aunque las colisiones ocurren muy frecuentemente, debido a que las moléculas son tan ligeras, esas colisiones aisladas frecuentes no tienen efecto visible. Sólo cuando la pura suerte lleva a una preponderancia desequilibrada de golpes en alguna dirección particular —la analogía molecular de un récord anual en béisbol de Roger Maris— tiene lugar una sacudida apreciable. Cuando Einstein hizo sus cálculos matemáticos, descubrió que a pesar del caos microscópico había una relación predecible entre factores como el tamaño, número y velocidad de las moléculas y la frecuencia y magnitud observable de las sacudidas. Einstein había conectado, por primera vez, consecuencias nuevas y medibles con la física estadística. Eso puede sonar como un logro muy técnico, pero, al contrario, representó el triunfo de un gran principio: que gran parte del orden que percibimos en la naturaleza oculta un desorden subyacente invisible y por tanto sólo se puede entender a partir de las reglas de la aleatoriedad. Como escribió Einstein: «Es un sentimiento magnífico reconocer la unidad de fenómenos complejos que parece que son cosas bastante separadas desde la verdad visible directa».^[206]

En el análisis matemático de Einstein la distribución normal desempeñó de nuevo un papel central, alcanzando, con su trabajo, un nuevo lugar glorioso en la historia de la ciencia. El andar del borracho, también, acabó estableciéndose como uno de los fundamentales, y, pronto, uno de los más estudiados, procesos de la naturaleza. A medida que los científicos de todos los campos empezaron a aceptar el enfoque estadístico como legítimo, reconocieron las huellas del andar del borracho virtualmente en todas las áreas de estudio, en la búsqueda de mosquitos por la jungla clara africana; en la química del nailon y la formación de los plásticos;

en el movimiento de partículas cuánticas libres; en el movimiento de los precios de los valores; incluso en la evolución de la inteligencia a lo largo de todos los tiempos. Examinaré los efectos de la aleatoriedad en tus propios recorridos a través de la vida en el capítulo 10. Pero como estamos a punto de ver, aunque en la variación aleatoria hay patrones ordenados, los patrones no son siempre significativos. Y tan importante es reconocer el significado cuando está allí, como igualmente importante resulta no extraer significado cuando no hay. Eludir la ilusión del significado en los patrones aleatorios constituye una tarea difícil. Es el tema del siguiente capítulo.

Ilusiones de patrones y patrones de ilusión

En 1848 dos chicas adolescentes, Margaret y Kate Fox, oyeron ruidos inexplicables, similares a golpes o al movimiento de muebles. Su casa, daba la casualidad, tenía reputación de estar encantada. Se cuenta que Kate desafió a la fuente de los ruidos a repetir el chasquido de sus dedos y a golpetear su edad.^[207] Logró los dos desafíos. A lo largo de los días siguientes, con la ayuda de su madre y de algunos vecinos, las hermanas elaboraron un código con el que se podrían comunicar con el golpeador (sin doble sentido).^[208] Concluyeron que el golpeteo se había originado con el espíritu de un vendedor ambulante que había sido asesinado años antes en la casa que ahora ocupaban. Con eso nació el espiritismo moderno, la creencia de que los muertos puede comunicarse con los vivos. A principios de la década de 1850 un particular tipo de contacto espiritual llamado «mesa (o tabla) golpeadora» con sus primas, la móvil y la giratoria, estaban haciendo furor tanto en Estados Unidos como en Europa. La iniciativa consistía en un grupo de individuos situados alrededor de una mesa, con sus manos encima de ésta y en actitud expectante. En la tabla golpeadora, después de un tiempo, se oiría un golpeteo. En la tabla móvil y en la tabla giratoria, después de un rato la tabla empezaría a inclinarse o a desplazarse, algunas veces llevándose con ella a los que estaban sentados. Uno se imagina a hombres serios barbudos con chaquetas tres cuartos y mujeres apasionadas con vestidos abovedados, con los ojos muy abiertos asombrados mientras sus manos siguen la mesa en esta dirección o en otra.

La mesa móvil se hizo tan popular que en el verano de 1853 los científicos empezaron a interesarse por ella. Un grupo de médicos se dio cuenta de que durante el período de silencio en que los participantes permanecían sentados parecía que se formaba una especie de consenso inconsciente sobre hacia qué dirección la mesa se movería.^[209] Descubrieron que cuando desviaban la atención de los que estaban sentados de modo que no se podía formar una expectación común, la mesa no se

movía. Concluyeron que «el movimiento era debido a una acción muscular, en su mayor parte ejercida inconscientemente». Pero la investigación definitiva fue realizada por el físico Michael Faraday, uno de los fundadores de la teoría electromagnética, inventor del motor eléctrico y uno de los mayores científicos experimentales de la historia.^[210] Faraday primero descubrió que el fenómeno ocurriría incluso con un solo sujeto sentado junto a la mesa. Entonces, contando con la participación de personas «muy honorables» y expertas movedoras de mesas, dirigió una serie de ingeniosos e intrincados experimentos, y logró demostrar que el movimiento de las manos de los que estaban sentados precedía al movimiento de la mesa. Además, diseñó un indicador que alertaba a los sujetos en tiempo real de cualquier cosa que estuviera sucediendo. Descubrió que «tan pronto como [el indicador] se situaba ante el más serio [de los sujetos] [...] el poder [de la ilusión] se iba; y esto es sólo porque el grupo tomaba conciencia de lo que estaba haciendo realmente...».^[211]

Faraday concluyó, al igual que los médicos, que los que estaban sentados inconscientemente tiraban y empujaban la mesa. Probablemente empezaban como movimientos nerviosos aleatorios. Entonces en algún momento los participantes percibían un patrón en la aleatoriedad. Ese patrón precipitaba una expectación autorrealizada a medida que las manos de los sujetos seguían el liderazgo inventado de la mesa. El valor de su indicador, escribió Faraday era, de este modo, «el poder correctivo que éste posee por encima de la mente del girador de la mesa».^[212] La percepción humana, reconoció, no es una consecuencia directa de la realidad, sino más bien un acto de imaginación.^[213]

La percepción requiere imaginación porque los datos que las personas encuentran en sus vidas nunca son completos y siempre resultan equívocos. Por ejemplo, la mayoría de la gente considera que la mejor prueba de un suceso que uno puede obtener es «verlo con tus propios ojos», y en un tribunal de justicia nada es más apreciado que el testimonio de un testigo presencial. Sin embargo, si pedimos que expongan para el tribunal un vídeo de la misma calidad que los datos no procesados capturados en la retina de un ojo humano, el jurado se puede preguntar qué es lo que estamos tratando de comunicar. Por supuesto, la visión tendrá un punto ciego donde el nervio óptico se une a la retina. Además, la única parte de tu campo de visión con buena resolución es un área estrecha de aproximadamente un grado de ángulo visual alrededor del centro de la retina, un área de la anchura de tu pulgar comparada con la longitud del brazo. Fuera de esa región la resolución disminuye bruscamente. Para compensar, los seres humanos mueven constantemente sus ojos para llevar a la región más nítida a girar a diferentes partes de la escena que quieren ver. De modo que el patrón de datos sin refinar enviados a

tu cerebro es una imagen débil y mal pixelada con un agujero en ella. Afortunadamente tu cerebro procesa los datos, combinando la entrada de ambos ojos, llenando los huecos y suponiendo que las propiedades visuales de los lugares vecinos son similares, e interpolando.^[214] El resultado, al menos hasta que la edad, las lesiones, las enfermedades o un exceso de cócteles Tai tais se cobren su peaje, es un ser humano feliz que sufre la convincente ilusión de que su visión es clara y aguda.

La gente también usa su imaginación y toma atajos para llenar los huecos en los patrones de datos no visuales. Como con las entradas visuales, sacamos conclusiones y hacemos juicios basados en información indeterminada e incompleta, y concluimos, cuando hemos analizado los patrones, que nuestra «imagen» es clara y precisa. Pero ¿lo es?

La ciencia se ha movilizado para protegerse a sí misma de la identificación de patrones falsos al desarrollar métodos de análisis estadístico para decidir si un grupo de observaciones proporciona un buen apoyo a una hipótesis, o si por el contrario la aparente evidencia es probablemente debida al azar. Por ejemplo, cuando los físicos intentan determinar si los datos de un supercolisionador son significativos, no clavan la mirada en sus gráficos buscando choques que se eleven por encima del ruido, aplican técnicas matemáticas. Una de esas técnicas, el test de significación, fue desarrollada en los años veinte por R. A. Fisher, uno de los mayores estadísticos del siglo XX. (También fue un hombre conocido por su temperamento incontrolable y por una enemistad heredada con el compañero pionero en estadística Kart Pearson tan encarnizada que Fisher continuó atacando a Pearson mucho después de la muerte de éste, en 1936.)

Para ilustrar las ideas de Fisher, supongamos que en un estudio de investigación sobre percepción extrasensorial una estudiante predice el resultado de algunos lanzamientos de moneda. Si en nuestras observaciones encontramos que casi siempre está en lo cierto, podemos plantear la hipótesis de que de algún modo está habilitada para ello, por ejemplo, a través de poderes psíquicos. Por otro lado, si está en lo cierto aproximadamente la mitad de las veces, podemos plantear la hipótesis de que estaba solamente adivinando el resultado. Pero ¿qué pasa si los datos caen en algún lugar intermedio, o si no hay muchos datos? ¿Dónde dibujamos la línea entre aceptar o rechazar las hipótesis rivales? Eso es lo que el test de significación hace: es un procedimiento normal para calcular la probabilidad de observar lo que hicimos si la hipótesis que estamos probando es verdadera. Si esa probabilidad es baja rechazamos la hipótesis. Si es alta, la aceptamos.

Por ejemplo, supongamos que somos escépticos y formulamos la hipótesis de que la estudiante no puede predecir con precisión el resultado de los lanzamientos de la moneda. Y supongamos que en una prueba experimental predice el lanzamiento de la moneda correctamente en un determinado número de casos. Entonces los métodos del capítulo 4 nos permiten calcular la probabilidad que podría tener ella de conseguir eso sólo por azar. Si hubiera adivinado los lanzamientos de la moneda correctamente tan a menudo que, digamos, la probabilidad de ser tan exitosa sólo por suerte fuera solamente del 3%, entonces rechazaríamos la hipótesis de que estaba adivinando. En la jerga del test de significación diríamos que el nivel de significación de nuestro rechazo es del 3%, queriendo decir que las posibilidades son como máximo del 3% de que por azar los datos nos hayan hecho equivocarnos. Un nivel de significación del 3% es bastante impresionante, y, por tanto, los medios de comunicación pueden informar sobre la hazaña como una nueva prueba de la existencia de poderes psíquicos. De todas formas, aquéllos de nosotros que no crean en poderes psíquicos pueden permanecer escépticos. Esto ilustra un punto importante. Incluso con datos significativos en el, digamos, nivel del 3%, si examinas a cien personas no médiums sobre capacidades psíquicas —o cien drogas no efectivas sobre su efectividad— debes esperar que unas pocas personas aparezcan como médiums, o que unas pocas drogas inefectivas se muestren efectivas. Ésa es una razón por la que los estudios médicos, especialmente los pequeños, a veces se contradicen los unos a los otros.

El test de significación y otros métodos estadísticos hacen un buen servicio a los científicos, especialmente cuando pueden conducir estudios controlados a gran escala. Pero en la vida cotidiana no conducimos tales estudios, ni tampoco aplicamos intuitivamente el análisis estadístico. En su lugar dependemos de la premonición. Cuando mi estufa Viking resultó ser defectuosa, y por casualidad una conocida me dijo que había tenido la misma experiencia, empecé a decir a mis amigos que evitaran la marca. Cuando los auxiliares de vuelo en varios vuelos de United Airlines me parecieron más gruñones que los de otras aerolíneas con las que había volado recientemente, empecé a evitar sus vuelos. No hay un montón de datos ahí, pero mi premonición identificó los patrones.

A veces esos patrones son significativos. A veces no lo son. En cualquier caso, el hecho de que nuestra percepción de los patrones de la vida sea altamente convincente y altamente subjetiva tiene profundas implicaciones. Implica un tipo de relatividad, una situación en la que, como descubrió Faraday, la realidad está en el ojo del espectador. Por ejemplo en 2006 el *New England Journal of Medicine* publicó un estudio de 12,5 millones de dólares sobre pacientes con osteoartritis documentada de la rodilla que mostraba que la combinación de los suplementos

nutricionales glucosamina y condroitina no es más efectiva en aliviar el dolor de la artrosis que un placebo. Aun así, un eminente médico estuvo mucho tiempo diciendo que en su opinión sí que lo era, y finalizó su análisis del estudio en un programa nacional de radio reafirmando su creencia en el tratamiento. ¿Su prueba? «Uno de los médicos de mi esposa tiene un gato y ella dice que su gato no se puede levantar por la mañana sin una dosis de glucosamina y sulfato de condroitina».^[215]

Cuando observamos esto con detenimiento, nos damos cuenta de que muchas de las suposiciones de la sociedad moderna se basan, como la mesa móvil, en ilusiones compartidas. Mientras que el capítulo precedente se preocupaba de las sorprendentes regularidades exhibidas por los sucesos aleatorios, en el que sigue abordaré la cuestión desde la dirección opuesta y examinaré cómo los sucesos cuyos patrones parece que tienen una causa definida pueden realmente ser producto del azar.

Es propio de la naturaleza humana buscar patrones para asignarles significado cuando los encontramos. Kahneman y Tversky analizaron muchos de los atajos que utilizamos para calcular los patrones de datos, y para hacer juicios bajo incertidumbre. Apodaron a esos atajos «heurísticos». En general los heurísticos son útiles pero, así como nuestro modo de procesar la información óptica a veces nos lleva a ilusiones ópticas, los heurísticos a veces llevan a errores sistemáticos. Kahneman y Tversky los llamaron «sesgos de errores». Todos usamos los heurísticos, y todos sufrimos de los sesgos. Pero aunque las ilusiones ópticas raramente tienen mucha relevancia en nuestro mundo cotidiano, los sesgos cognitivos juegan un papel importante en la toma de decisiones de los seres humanos. Y por tanto a finales del siglo XX surgió un movimiento para estudiar cómo la aleatoriedad es percibida por la mente humana. Los investigadores concluyeron que las personas «tienen un pobre concepto de la aleatoriedad [...] no pueden reconocerla cuando la ven y no pueden producirla cuando lo intentan»,^[216] y, lo que es peor, que rutinariamente juzgamos mal el papel del azar en nuestras vidas y tomamos decisiones que están demostrablemente desalineadas con nuestros propios mejores intereses.^[217]

Imaginemos una secuencia de sucesos. Esos sucesos pueden ser ganancias trimestrales, casos de problemas con el coche, o tener una serie de datos buenos o malos establecidos a través de un servicio de datos de Internet. En cada caso, cuanto más larga sea la secuencia, o cuantas más secuencias mires, mayor será la probabilidad de que encuentres imaginable cada patrón, puramente por azar. Por consiguiente, una serie de trimestres (o datos) buenos o malos, no necesitan tener una «causa» en absoluto. La cuestión fue ilustrada con bastante claridad por el

matemático George Spencer-Brown, quién escribió que en una serie aleatoria de 101.000.007 ceros y unos deberías esperar al menos 10 subsecuencias no coincidentes de un millón de ceros consecutivos.^[218] Imaginemos al pobre tipo que se tropieza con una de esas series cuando intenta usar los números aleatorios para algún propósito científico. Se encuentra con cinco ceros en una fila, creciendo hasta diez, después veinte, mil, diez mil, cien mil, medio millón. ¿Se equivocaría al devolver la máquina y pedir el reembolso? ¿Y cómo reaccionaría un científico hojeando un libro recién comprado de dígitos aleatorios si se encontrase con que todos los dígitos son cero? El argumento de Brown era que existe una diferencia entre un proceso que sea aleatorio y que el producto de ese proceso parezca aleatorio. Los ordenadores Apple tropezaron con esa cuestión en el método de barajar aleatorio que utilizaban inicialmente en sus reproductores de música iPod. La verdadera aleatoriedad a veces produce repeticiones, pero escuchar la misma o mismas canciones del mismo artista sonar una y otra vez provocaba que sus usuarios creyeran que el barajador no era aleatorio. De modo que lo hicieron «menos aleatorio para que pareciera ser más aleatorio», explicó el fundador de Apple, Stephen Jobs.^[219]

Una de las primeras especulaciones sobre la percepción de los patrones aleatorios vino del filósofo Hans Reichenbach, quien observó en 1934 que las personas no formadas en probabilidad tendrían dificultades en reconocer una serie de sucesos aleatorios.^[220] Consideremos el siguiente listado que representa los resultados de una secuencia de 200 lanzamientos de una moneda, donde X representa cruz, y O representa cara:

```

OOOOXXXXXOOOXXXOXXXXOXXOOXOOXXXOOXOOXXXOXXXXOXXOXOXOXXXXOXXOXXXX
XXOXXXXXOXOXOXXXXOXXOXXOXXOXXOXXOXXOXXOXXOXXOXXOXXOXXOXXOXXOXXOXXO
XXOXXOXXOXXOXXOXXOXXOXXOXXOXXOXXOXXOXXOXXOXXOXXOXXOXXOXXOXXOXXOXXO

```

Es fácil encontrar patrones en los datos, por ejemplo, las cuatro O seguidas de cuatro X al principio y la serie de seis X hacia el final. Según las matemáticas del azar tales series se tienen que esperar después de doscientos lanzamientos aleatorios. Sin embargo, sorprendieron a la mayoría de gente. Por consiguiente, cuando, en lugar de representar lanzamientos, las series de X y O representan sucesos que tienen un impacto en nuestras vidas, la gente busca explicaciones con significado del patrón. Cuando una cadena de O representa una serie de logros de tu estrella deportiva favorita, suena convincente que los locutores hablen monótonamente sobre la racha del jugador. Y cuando, como veremos después, las X y las O significaban series de fracasos de películas hechas por Paramount y Columbia Pictures, todo el mundo asentía con la cabeza mientras los periodicuchos de la industria proclamaban quién estaba al tanto y quién no de la audiencia cinematográfica mundial.

Los académicos y los escritores han depositado mucho esfuerzo en estudiar los patrones del éxito en los mercados financieros. Es evidente, por ejemplo, que el rendimiento de los valores es aleatorio, o está tan cerca de ser aleatorio que, en ausencia de información interna y la presencia de un coste para intercambiar o manejar tu dinero, no puedes sacar provecho de las desviaciones de la aleatoriedad.^[221] No obstante, Wall Street tiene una larga tradición de analistas gurús, y el salario medio de los analistas, a finales de los años noventa, era de alrededor de 3 millones de dólares.^[222] ¿Cómo lo hacen? Según un estudio de 1995, ocho de las doce «estrellas de Wall Street» mejor pagadas invitadas a Barron's para hacer recomendaciones de mercado en su mesa redonda anual, simplemente coincidieron en la media de la rentabilidad del mercado.^[223] Estudios de 1987 y 1997 descubrieron que los valores recomendados por los pronosticadores en el programa de televisión *Wall Street Week* lo hicieron mucho peor, quedándose muy atrás del mercado.^[224] Y en un estudio de 153 boletines, un investigador del Harvard Institute of Economic Research encontró que «no había evidencia significativa de talento en la elección de valores».^[225]

Solamente por suerte, algunos analistas y fondos de inversiones siempre exhibirán impresionantes patrones de éxito. Y aunque muchos estudios muestran que estos éxitos del mercado anterior no son buenos indicadores de éxito futuro — es decir, que los éxitos eran en gran parte sólo suerte— mucha gente cree que vale la pena pagar por las recomendaciones de sus corredores o del experto de esos fondos de inversiones en marcha. Por lo tanto, mucha gente, incluso inversores inteligentes, compra fondos que cargan cuotas de gestión exorbitantes. De hecho, cuando a un grupo de inteligentes estudiantes de la escuela de negocios de Wharton se les dio 10.000 dólares hipotéticos y prospectos describiendo cuatro índices de fondos, cada uno constituido para reflejar el índice S&P, los estudiantes fracasaron de manera abrumadora al escoger los fondos con las cuotas más bajas.^[226] Puesto que pagar incluso un 1% extra por año de cuota podría, a lo largo de los años, reducir tu fondo de jubilación tanto como una tercera parte o incluso la mitad, los inteligentes estudiantes no exhibieron un comportamiento inteligente.

Naturalmente, como ilustra el experimento de Spencer Brown, si aguardas durante suficientemente tiempo estás destinado a encontrar a alguien que, aunque por pura suerte, realmente haya hecho llamativas y exitosas predicciones. Para aquellos que prefieran ejemplos del mundo real a escenarios matemáticos que impliquen 101.000.007 dígitos aleatorios, consideremos el caso del columnista Leonard Koppett.^[227] En 1978, Koppett reveló un sistema que según afirmaba podría determinar, a finales de enero de cada año, si el mercado de valores iría hacia arriba o hacia abajo para ese año del calendario. Su sistema había predicho correctamente

el mercado, dijo, los once años anteriores.^[228] Naturalmente los sistemas de elección de valores son fáciles de identificar en retrospectiva. La prueba verdadera es si funcionarán en el futuro. El sistema de Koppett pasó esa prueba, también: juzgando el mercado mediante el índice Dow, su sistema funcionó once años seguidos desde 1979 hasta 1990, año en el que el sistema fue mal. Es más, después de fracasar en 1990, fue de nuevo correcto cada año hasta 1998. Pero aunque las predicciones de Koppett eran correctas en una racha de 18 entre 19 años, tengo confianza al afirmar que la racha de Koppett no implicaba destreza en absoluto. ¿Por qué? Porque Leonard Koppett era un columnista de *Sporting News*, y su sistema se basaba en los resultados de la Super Bowl, la final de la liga de fútbol americano profesional. Siempre que el equipo de la National Football League (original) ganaba, el mercado de valores, predecía, subiría ese año. Cuando el equipo de la American Football League (original)^[229] ganaba, predecía que el mercado iría a la baja. Dada esa información, pocas personas sostendrían que Koppett era todo menos afortunado. Aun así, si no hubiera tenido credenciales diferentes —y no hubiera revelado su método— podría haber sido aclamado como el analista más hábil desde Charles H. Dow.

Como contrapunto a la historia de Koppett, consideremos ahora la historia de un tipo que tenía credenciales, un tipo llamado Bill Miller. Durante años Miller mantuvo una racha ganadora que, a diferencia de la de Koppett, fue comparada con la racha golpeadora de 56 partidos de béisbol de Joe DiMaggio, y las 74 victorias consecutivas del programa concurso de televisión Jeopardy del campeón Ken Jennings. Pero al menos una de esas comparaciones no era muy apta: la racha de Miller le valió, cada año, más que lo que esas otras rachas de caballeros les habían hecho ganar en todas sus vidas. Porque Bill Miller era el único administrador de la carpeta de acciones de Legg Masón Valúe Trust Fund, y cada año de su racha de quince su fondo ganó a la cartera de acciones comunes de la compañía que comprende la Standard & Poor's 500 Composite Stock Price Index.

Debido a sus logros, Miller fue anunciado como «El mayor administrador de dinero de los noventa» por la revista *Money*, como «El administrador de fondos de la década», por Momingstar.com, y como una de las treinta personas más influyentes en inversiones en 2001, 2003, 2004, 2005 y 2006 por SmartMoney.^[230] Un analista, en el decimocuarto año de la racha de Miller, fue citado en la página web de CNM/Money poniendo las probabilidades de una racha de catorce años, solamente por suerte, a 372.529 a 1 (mayores más adelante).^[231]

Los académicos llaman a la impresión errónea de que una racha aleatoria es debida a una actuación extraordinaria la falacia de la «mano caliente». Mucho del

trabajo hecho sobre la falacia de la mano caliente ha sido en el contexto del deporte, porque en deporte la realización es fácil de definir y medir. Además, las reglas del juego son claras y definitivas, los datos son abundantes y disponibles públicamente, y las situaciones de interés se suceden una y otra vez. Sin mencionar que da a los académicos una manera de asistir a partidos y pretender que están trabajando. El interés en la falacia de la mano caliente empezó allá por 1985, en particular con un artículo de Tversky y colaboradores en la revista *Cognitive Psychology*.^[232] El artículo se titulaba «La mano caliente en el baloncesto: sobre la percepción errónea de las secuencias aleatorias». En él Tversky y sus colegas investigaban montones de estadísticas de baloncesto. El talento de los jugadores variaba, naturalmente. Algunos encestantaban la mitad de sus lanzamientos, algunos más, algunos menos. Cada jugador también tenía buenas y malas rachas ocasionales. El artículo de los autores planteaba la pregunta: ¿cómo comparar el número y la duración de las rachas con lo que observarías si el resultado de cada lanzamiento estuviera determinado por un proceso aleatorio? Esto es, si en lugar de lanzar, los jugadores hubieran tirado monedas compensadas para reflejar sus porcentajes de lanzamientos. Encontraron que a pesar de las rachas, ni los lanzamientos de pista de los Philadelphia '76ers, ni los tiros libres de los Boston Celtics, ni los lanzamientos de pista controlados experimentalmente de las mujeres y hombres de equipos de baloncesto universitarios presentaron prueba alguna de comportamiento no aleatorio.

En particular, un indicador directo de racha es la probabilidad condicional de éxito (es decir, conseguir encestar) si, en el intento anterior, el jugador también había conseguido éxito. Para un jugador en racha, las posibilidades de éxito inmediatamente después de un éxito anterior deberían ser más altas que las posibilidades totales de éxito del jugador. Pero los autores encontraron que para cada jugador individual un éxito seguido de un éxito era igual de probable que un éxito seguido de un fracaso (es decir, un lanzamiento fallado). Unos pocos años después del artículo de Tversky el físico ganador del Premio Nobel Ed Purcell decidió investigar la naturaleza de las rachas en el deporte del béisbol.^[233] Como referí en el capítulo 1, descubrió, en palabras de su colega de Harvard Stephen Jay Gould, que, excepto para la racha de golpes de 56 partidos de Joe DiMaggio, «no pasó nunca nada en baloncesto por encima y por debajo de la frecuencia predicha por modelos de lanzamiento de moneda». Ni siquiera la racha de 21 partidos perdidos experimentada al principio de la temporada de 1988 en la liga de béisbol por el Baltimore Orioles. Los jugadores y los equipos malos tienen rachas de fracasos más frecuentes y duraderas que los jugadores y equipos grandes, y los jugadores y equipos grandes tienen más frecuentes y más duraderas rachas de éxitos que los jugadores y equipos menores. Pero esto es porque su índice medio de fracasos o

éxitos es mayor, y cuanto mayor sea el índice medio, más frecuentes y más largas son las rachas que la aleatoriedad producirá. Para entender estos sucesos no necesitamos ninguno de los ritmos especiales de los que se componen las leyendas, sólo necesitamos entender el lanzamiento de monedas.

¿Qué pasa con la racha de Bill Miller? Que una racha como la de Miller pudiera resultar de un proceso aleatorio quizá parezca menos escandaloso a la luz de otras pocas estadísticas; por ejemplo, en 2004 su fondo ganó justo debajo del 12% mientras que los valores medios en el S&P ganaron más del 15%.^[234] Puede parecer que el S&P lo derrotase ese año, pero realmente contó ese año en su columna «ganadora». Esto es porque el índice S&P no es la simple media de los precios de los valores que lo componen, sino una media ponderada en la que los valores ejercen una influencia proporcional a la capitalización de su compañía. El fondo de Miller lo hizo peor que la simple media de los valores de S&P, pero mejor que la media ponderada. Realmente, había más de 30 períodos de 12 meses durante su racha en los que perdió frente a la media ponderada, pero no eran años naturales, y la racha se basaba en el intervalo 1 de enero-31 de diciembre.^[235] Así, la racha en un sentido era una artificial con la que empezar, una que por azar se definió de un modo que funcionó para él.

Pero ¿cómo podemos reconciliar esto con las posibilidades de 372.529 a 1 contra él? Analizando la racha de Miller, un artículo de 2003 en el boletín informativo *The Consilient Observer* (editado por Credit Suisse / First Boston) decía que «Ningún otro fondo había superado nunca el mercado durante doce años consecutivos en los últimos 40 años. ¿Cuáles son las posibilidades [de conseguir eso por azar]?». ^[236] El artículo continuaba dando tres estimaciones de esas posibilidades (que siendo 2003, se referían a las posibilidades de que un fondo batiera al mercado durante 12 años consecutivos): 1 entre 4.096, 1 entre 477.000, y 1 entre 2.200.000.000. Yo, por otro lado, estimo que las posibilidades de que el «fenómeno Miller» ocurriera serían aproximadamente 3 contra 4, o el 75%. Se trata de una notable discrepancia, de modo que mejor me explico.

Aquellos que cuestionaban esas probabilidades tenían razón en un sentido. Si hubieras escogido a Bill Miller *en particular* a principios de 1991 *en particular* y preguntases cuáles eran las probabilidades de que, por pura suerte, la persona *en concreto* que seleccionaste batiera al mercado *precisamente* durante los 15 años siguientes, esas probabilidades, en efecto, hubieran sido astronómicamente bajas. Tendrías las mismas probabilidades en tu contra si volteases una moneda una vez al año durante 15 años buscando que saliese cara cada vez. Pero, como en el análisis de los *home runs* de Roger Maris, éstas no son las probabilidades relevantes porque

hay miles de administradores de valores de inversiones (actualmente más de 6.000) y había muchos períodos de 15 años en los que se podría haber cumplido la hazaña. De modo que la pregunta relevante es: si miles de personas están lanzando monedas una vez al año, y lo han estado haciendo durante décadas, ¿cuáles son las posibilidades de que uno de ellos, durante algún período de 15 años, sacase todo caras? Esa probabilidad es mucho, mucho más alta que las probabilidades de simplemente sacar 15 caras seguidas.

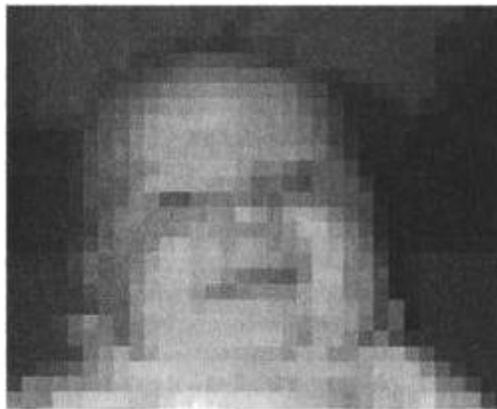
Para concretar, supongamos que 1.000 gestores de fondos —sin duda alguna una estimación a la baja— hubieran lanzado una moneda una vez al año desde 1991 (el año en que Miller empezó la racha). Supongamos también que ninguno de los administradores sabía nada útil, esto es, que ninguno de ellos lo hizo mejor (o peor) a la larga que el índice S&P. En ese caso las monedas que estaban lanzando tenían una posibilidad del 50% de salir cara, y un 50% de salir cruz. Después del primer año aproximadamente la mitad de ellas habrán salido cara; después de dos años aproximadamente un cuarto de ellas habrán sacado dos caras; después del tercero una octava parte de ellas habrán salido tres caras, *etc.* Para entonces algunos que sacaban cruces empezarían a retirarse del juego, pero eso no afecta al análisis porque ya habían fallado. Las posibilidades de que, después de 15 años, un lanzador de monedas en particular hubiera sacado todo caras son entonces de una entre 32.768. Pero las posibilidades de que alguien entre los miles que empezaron en 1991 haya sacado todo caras son mucho más altas, alrededor del 3%. Finalmente, no hay razón para considerar sólo a aquellos que empezaron lanzando monedas en 1991; podrían haber empezado en 1990, o en 1970, o en cualquier otro año en la era de los fondos de inversión modernos. Debido a que *The Consilient Observer* dedicó cuarenta años a su discusión, he calculado las probabilidades de que, por azar, algún administrador en las últimas cuatro décadas batiera el mercado cada año durante algunos períodos de 15 años. Esto aumenta las probabilidades de nuevo, respecto a la probabilidad que indiqué antes, al menos de 3 entre 4. Por tanto, más que estar sorprendido por la racha de Miller, yo diría que si nadie hubiera conseguido una racha como la de Miller, ¡podríamos quejarnos justificadamente de que todos esos gestores altamente pagados estaban haciéndolo peor que si fuera sólo por suerte ciega!

He citado algunos ejemplos de la falacia de la mano caliente en el contexto del deporte y el mundo financiero. Pero en todos los aspectos de nuestras vidas nos encontramos con rachas y otros patrones particulares de éxito y fracaso. Algunas veces predomina el éxito, algunas veces el fracaso. De un modo o del otro es importante en nuestras propias vidas adoptar una perspectiva a largo plazo y entender que las rachas y otros patrones que no parecen aleatorios pueden suceder por pura suerte. También es importante, cuando se evalúen otros, reconocer que

entre un gran grupo de gente sería muy extraño si a alguien no le sucediera una larga racha de éxitos o fracasos.

Nadie creyó a Leonard Koppett por sus éxitos desproporcionados, y nadie creería a un lanzador de monedas. Mucha gente creyó a Bill Miller. En su caso, aunque el tipo de análisis que he realizado parece haberse escapado de aquellos citados en los medios, no son nuevos para aquellos que estudian Wall Street desde la perspectiva académica. Por ejemplo, el ganador del Premio Nobel de Economía Merton Miller (sin relación con Bill) escribió: «Si hay 10.000 personas mirando los valores y tratando de escoger los ganadores, uno entre 10.000 va a conseguirlo, sólo por azar, y eso es todo lo que sucede. Es un juego, es una operación de azar, y la gente piensa que están haciendo algo con sentido pero realmente no lo están haciendo».^[237] Todos debemos sacar nuestras propias conclusiones dependiendo de las circunstancias. Pero con una comprensión de cómo funciona la aleatoriedad, al menos nuestras conclusiones no tienen que ser necesariamente simplistas.

En los ejemplos precedentes he discutido cómo podemos ser engañados por los patrones en secuencias aleatorias que se desarrollan a lo largo del tiempo. Pero los patrones aleatorios en el espacio pueden ser igualmente engañosos. Los científicos saben que una de las maneras más claras de revelar el significado de los datos es representarlo en algún tipo de imagen o gráfico. Cuando vemos los datos expuestos de este modo, las relaciones significativas que probablemente hubieran sido pasadas por alto a menudo se hacen obvias. El coste es que a veces también percibimos patrones que en realidad no tienen significado. Nuestras mentes están hechas de este modo: asimilar los datos, rellenar los espacios y buscar patrones. Por ejemplo, observamos el siguiente orden de cuadrados grises:



La imagen no parece, literalmente, un ser humano. Sin embargo, puedes

sacarle suficiente sentido a ese patrón, de modo que si vieras al bebé representado en persona probablemente lo reconocerías. Y si sujetas este libro con el brazo extendido y lo miras de reojo, incluso puedes no percibir las imperfecciones en la imagen. Ahora mira el siguiente patrón de X y O.

0000XXXX000XXX0000XX00X000XXX00XX0000XXXX

000X00X0X00000X00X00000XX00XXX0XX0X0XXXX

000XX00XX0X00XXX00X00X0X0XX0X000X0X000X

XXX000XX00X0XX000X000XX0X00XX0000X00XXXX

0000XXX000X000XXXXXX00XXX00X00X000000XXXX

Aquí vemos grupos rectangulares, especialmente en las esquinas. Los he situado en negrita. Si las X y O representasen sucesos de interés, podemos estar tentados de preguntarnos si esos grupos significan algo. Pero cualquier significado que les asignemos sería erróneo porque estos datos son idénticos a la colección anterior de doscientas X y O aleatorias excepto por el orden geométrico 5×40 .

Esto captó mucha atención hacia el final de la segunda guerra mundial, cuando cohetes V2 empezaron a llover encima de Londres. Los periódicos pronto publicaron mapas de los lugares de los impactos. Los cohetes eran aterradores; viajaban a una velocidad de cinco veces la velocidad del sonido, de modo que la gente oía el acercamiento de los cohetes solamente después de que hubieran impactado. Cuando la gente examinaba los mapas de impactos descubrió el hecho de que no parecían aleatorios, sino que venían en grupos. Para algunos el patrón parecía indicar una precisión en el control de los recorridos de los vuelos que, dada la distancia que tenía que viajar el cohete, significaría que los alemanes estaban más lejos en su tecnología de lo que nadie hubiera soñado. Los ciudadanos conjeturaron que las áreas libres eran viviendas de espías alemanes. A los militares les preocupaba que los alemanes pudieran fijar como objetivo lugares militares cruciales con consecuencias devastadoras.

En 1946 un análisis matemático de los datos de los bombardeos fue publicada en el *Journal of the Institute of Actuaries*. Su autor, R. D. Clarke, dividía el área de interés en 576 parcelas de medio kilómetro cada lado. De éstas, 209 parcelas de tierra no padecían ningún impacto, mientras que, a pesar de su minúsculo tamaño, 8 de las parcelas tenían cuatro o cinco impactos. Aun así, su análisis demostró que, como los datos del lanzamiento de moneda, el patrón era consistente con una distribución

aleatoria.^[238]

Cuestiones similares surgen frecuentemente en informes sobre grupos de cánceres. Si dividimos cualquier ciudad o país en parcelas y distribuimos aleatoriamente los cánceres, algunos recibirán menos que la media, y algunos más. De hecho, según Raymond Richard Neutra, el jefe de la división de control de enfermedades ambientales y ocupacionales en California, dado un típico registro de cáncer —una base de datos sobre índices locales de docenas de cánceres diferentes— entre cinco mil secciones censales de California podríamos esperar encontrar 2.750 estadísticamente significativas pero aleatorias elevaciones de alguna forma de cáncer.^[239] Y si observamos a un número suficientemente grande de tales parcelas, encontraremos algunas regiones en las que el cáncer se presenta muchas veces en un índice normal.

La imagen parece todavía peor si trazamos los límites de las parcelas después de distribuir los cánceres. Esto se denomina el efecto del tirador certero, por el tipo apócrifo que supera su puntería porque dispara a papeles en blanco y dibuja el blanco después. Desafortunadamente, así sucede habitualmente en la práctica: primero algunos ciudadanos se dan cuenta de que algunos de sus vecinos tienen cáncer, después definen los límites del área en cuestión. Gracias a la disponibilidad de los datos en Internet, en estos días Estados Unidos está siendo registrado por tales grupos. Sin ser sorprendente, se han encontrado. Sin embargo el desarrollo del cáncer necesita de mutaciones sucesivas. Eso significa que una exposición muy larga y/o carcinógenos muy concentrados. Porque que tales grupos de cáncer se desarrollen por causas ambientales y se muestren ellos mismos conjuntamente y antes de que las víctimas se hayan trasladado es una posibilidad bastante remota. Según Neutra, para producir el tipo de grupos de cáncer los epidemiólogos típicamente requeridos para investigar una población tendrían que estar expuestos a concentraciones de carcinógenos que normalmente son sólo creíbles como parte de una quimioterapia o en algunos entornos de trabajo, mucho más altos que los que reciben en vecindarios y escuelas contaminados. A pesar de todo esto, la gente encuentra difícil de aceptar que los grupos son fluctuaciones aleatorias, y por tanto cada año los departamentos estatales de salud reciben miles de informes sobre grupos de cánceres residenciales, que resultan en cientos de exhaustivos análisis publicados, ninguno de los cuales ha identificado convincentemente una causa ambiental subyacente. Dice Alan Bender, un epidemiólogo del Departamento de Salud de Minesota, que esos estudios «son un absoluto, total y completo derroche de dólares del contribuyente».^[240]

Hasta ahora en este capítulo he discutido algunas de las maneras en que los

patrones aleatorios pueden engañarnos. Pero a los psicólogos no les satisface simplemente estudiar y clasificar esas equivocaciones. Así, también han estudiado las razones por las que caemos víctimas de ellas. A continuación examinaré algunos de esos factores.

A la gente le gusta ejercer un control de su entorno, razón por la que muchas de las mismas personas que conducen un coche después de consumir media botella de whisky escocés se quedarán atónitas si el avión en el que están experimenta alguna turbulencia de poca importancia. Nuestro deseo de controlar los sucesos no carece de propósito, porque una sensación de control personal es esencial para el concepto de nosotros mismos y la autoestima. De hecho, una de las cosas más beneficiosas que podemos hacer por nosotros mismos es buscar maneras para ejercer control sobre nuestras vidas o, al menos, tener la sensación de que lo hacemos. El psicólogo Bruno Bettelheim observó, por ejemplo, que en los campos de concentración nazis, «[sobrevivir] dependía de la capacidad de uno de conseguir preservar algunas áreas de acción independientes, para mantener el control de algunos aspectos importantes de la vida de uno a pesar de un entorno que parecía insoportable...».^[241] Estudios posteriores han demostrado que una sensación previa de impotencia y falta de control está ligada tanto al estrés como a la aparición de la enfermedad. En un estudio, ratas salvajes fueron privadas de repente de todo control sobre su entorno. Pronto pararon de luchar por sobrevivir y murieron.^[242] En otro, se dijo a un grupo de sujetos que iban a hacer una batería de test importantes; pudo comprobarse que incluso el inútil poder de controlar el orden de esos test reducía los niveles de ansiedad.^[243]

Uno de los pioneros en la psicología del control es la psicóloga y pintora aficionada Ellen Langer, ahora profesora en Harvard. Hace unos años, cuando estaba en Yale, Langer y un colaborador estudiaron el efecto de la sensación de control en pacientes ancianos de atención a domicilio.^[244] A un grupo de personas se les dijo que podrían decidir cómo estaría arreglada su habitación, y se les permitió escoger una planta para tener cuidado de ella. Otro grupo tenía su habitación dispuesta por ellos y una planta escogida y cuidada por ellos. En unas semanas el grupo que ejercía control sobre su entorno consiguió mejores puntuaciones en una medida prediseñada de bienestar. De manera inquietante, dieciocho meses después un estudio de seguimiento conmocionó a los investigadores: el grupo al que no se le había dado control experimentó un índice de defunciones del 30% comparado con el del 15% del grupo con control.^[245]

¿Por qué la necesidad de control de los seres humanos es relevante en una discusión sobre patrones aleatorios? Porque si los sucesos son aleatorios no tenemos

el control, y si tenemos el control los sucesos no son aleatorios. Existe por tanto un conflicto fundamental entre nuestra necesidad de sentir que tenemos control y nuestra capacidad de reconocer la aleatoriedad. Ese conflicto es una de las razones principales de que mal interpretemos sucesos aleatorios. De hecho, inducir a la gente a confundir suerte con habilidad, acciones inútiles poscontrol, es una de las empresas más fáciles a las que se puede dedicar un psicólogo. Pide a la gente que controle luces intermitentes apretando un botón, y creerán que lo están logrando incluso cuando las luces simplemente estén destellando de modo aleatorio.^[246] Muestra a la gente un círculo de luces que centellean aleatoriamente y diles que concentrándose pueden hacer que las luces empiecen a moverse en el sentido de las agujas del reloj y ellos mismos se asombrarán con su capacidad de hacerlo. O tener dos grupos compitiendo simultáneamente en esa empresa —uno luchando por el movimiento en el sentido de las agujas del reloj a lo largo del círculo y el otro por hacer viajar a las luces en el sentido contrario— y los dos grupos percibirán simultáneamente las luces viajando por el círculo en la dirección de su propósito.^[247]

Langer mostró una y otra vez cómo la necesidad de sentirse en posesión del control interfiere la percepción correcta de sucesos aleatorios. En uno de sus estudios se descubrió que los participantes estaban más seguros del éxito cuando competían contra un rival nervioso y torpe que contra uno seguro de sí mismo, incluso aunque el juego de cartas con el que competieran, y por tanto su probabilidad de éxito, estuviera determinado puramente por azar.^[248] En otro estudio, pidió a un grupo de brillantes y bien educados estudiantes universitarios de Yale que predijesen los resultados de 30 lanzamientos aleatorios de moneda.^[249] Los experimentadores manipularon secretamente los resultados de modo que cada uno de los estudiantes acertaba exactamente la mitad del tiempo. También se arregló para que algunos de los estudiantes tuvieran rachas de éxitos más tempranas. Después de los lanzamientos de la moneda los investigadores interrogaron a los estudiantes para aprender cómo valoraban su capacidad de acertar. Muchos contestaron como si adivinar un lanzamiento de moneda fuera una capacidad que pudieran cultivar. Una cuarta parte informó de que su ejecución podría ser obstaculizada por la distracción. El 40% sentía que su ejecución mejoraría con la práctica. Y cuando fueron preguntados directamente para que valoraran su capacidad de predecir los lanzamientos, el grupo que había conseguido las rachas más pronto se valoró mejor en la tarea que los otros, incluso aunque el número de éxitos fuera el mismo para todos los sujetos.

En otro inteligente experimento Langer montó una lotería en la que cada voluntario recibía un cromó de deportes con una imagen de un jugador en ella.^[250] Se situaba un cromó idéntico al de uno de ellos en una bolsa entendiéndose que el

participante cuyo cromó se correspondiera con éste sería declarado ganador. Los jugadores fueron divididos en dos grupos. A los de un grupo se les había permitido escoger su cromó; a los del otro se les entregó un cromó al azar. Antes del sorteo cada participante tenía la oportunidad de vender su cromó. Obviamente no tenía efecto en sus posibilidades de ganar si los participantes escogían sus cromos o se les entregaba al azar. Sin embargo, aquellos que escogieron su propio cromó pidieron más de cuatro veces más dinero para vender su cromó que los del cromó aleatoriamente asignado.

Los sujetos en los experimentos de Langer «sabían», al menos intelectualmente, que las empresas en las que estaban metidos eran aleatorias. Cuando se les preguntaba, por ejemplo, ninguno de los participantes en la lotería decía que creía que haberles sido permitido escoger su cromó había influido en su probabilidad de ganar. Y, con todo, se comportaban como si lo hubiera hecho. O como escribió Langer, «mientras que la gente puede defender de boquilla el concepto de azar, se comportan como si los sucesos aleatorios estuvieran sujetos a control».^[251]

En la vida real el papel de la aleatoriedad es mucho menos obvio que en los experimentos de Langer, y estamos mucho más involucrados en los resultados y en nuestra capacidad para influir en ellos. Por tanto, en la vida real es incluso más difícil resistirse a la ilusión del control.

Una manifestación de esa ilusión es que un período de mejora o caída de una organización es a menudo fácilmente atribuido, no a la miríada de circunstancias que constituyen el estado de la organización como un todo, y a la suerte, sino a la persona que está más arriba. Eso es especialmente obvio en los deportes, puesto que, como mencioné en el prólogo, si los jugadores tienen un mal año o dos, es el entrenador a quien se expulsa. En corporaciones mayores, donde las operaciones son grandes y complicadas y los factores de mercado impredecibles desempeñan un papel importante, la conexión casual entre la brillantez en la cumbre y el funcionamiento de la compañía es incluso menos directa, y la eficacia de despidos reaccionarios no es mucho mayor. Investigadores de Columbia y Harvard, por ejemplo, estudiaron recientemente un gran número de corporaciones cuyos reglamentos las hacían vulnerables a demandas de accionistas que responden con duros períodos cambiando la gestión.^[252] Cuando compararon los tres años después del despido con los tres años anteriores, encontraron que no había mejora en el desempeño operativo (una medida de las ganancias). Cualquiera que fuera la diferencia de capacidad entre los directores generales, fueron abrumados por el efecto de los elementos incontrolables del sistema, como las diferencias entre los

músicos pueden hacerse no evidentes en una transmisión de radio con suficiente ruido y estática. Y sin embargo, al determinar la compensación, los consejos corporativos de directores a menudo se comportan como si el director general fuera el único que importase.

La investigación ha demostrado que la ilusión del control de los sucesos aleatorios se ve aumentada en situaciones relacionadas con las finanzas, los deportes y, especialmente los negocios, cuando el resultado de una tarea aleatoria es precedido por un período de estrategia (esas reuniones interminables), cuando la realización de la tarea requería una participación activa (esas largas horas en la oficina), o cuando estaba presente la competencia (esto no pasa nunca, ¿verdad?). El primer paso para luchar contra la ilusión de control es ser consciente de ella. Pero incluso entonces, esto es difícil, porque, como veremos en las páginas siguientes, una vez creemos que hemos visto un patrón, no lo dejamos marchar fácilmente.

Supongamos que te digo que he inventado una regla para la construcción de una secuencia de tres números, y que la secuencia 2, 4, 6 satisface mi regla. ¿Puedes adivinar la regla? Un solo grupo de tres números no es mucho en lo que basarse, de modo que pretendamos que para ayudar a tu conjetura, si te presentas con otras secuencias de tres números te diré si esas secuencias satisfacen o no mi regla. Por favor, tómate un momento para inventarte algunas secuencias de tres números y probarlas (la ventaja de leer un libro es que el autor tiene paciencia infinita).

Ahora que ya has considerado tu estrategia, puedo decir que si eres como la mayoría de la gente, las secuencias que presentes serán del tipo de 4, 6, 8; u 8, 10, 12; o 20, 24, 30. Sí, esas secuencias obedecen mi regla. Por tanto, ¿cuál es la regla? La mayoría de gente, después de presentar un puñado de tales casos de prueba, aumentaría su confianza y concluiría que la regla es ésta: la secuencia debe ser una serie creciente de números pares. Pero, en realidad, mi regla era simplemente que la serie debía componerse de números crecientes. La serie 1, 2, 3, por ejemplo, también entraría (no había necesidad que los números fueran pares). ¿Las secuencias que pensaste habrían revelado esto?

Cuando estamos en las garras de una ilusión —o lo que importa, siempre que tenemos una nueva idea—, en lugar de buscar maneras de demostrar que nuestras ideas son erróneas, normalmente intentamos probar que son correctas. Los psicólogos lo llaman «sesgo de confirmación», y presenta un impedimento mayor a nuestra capacidad de liberarse de la mala interpretación de la aleatoriedad. En el ejemplo anterior la mayoría de gente reconoce inmediatamente que la secuencia consiste en números pares crecientes. Entonces, intentando confirmar su conjetura,

intentan poner a prueba muchas secuencias más de ese tipo. Pero muy pocos encuentran la respuesta del modo más rápido, a través de un intento de falsear su idea probando una secuencia que incluye un número impar.^[253] Como el filósofo Francis Bacon dijo en 1620, «una vez que ha adoptado una opinión acerca de algo, la mente del ser humano, recoge cualquier caso que la confirme, y rechaza o ignora la demostración de casos contrarios, ya sean más numerosos y de más peso, con tal de que su parecer permanezca inalterado».^[254]

Para empeorar las cosas, no sólo buscamos pruebas de manera preferencial para confirmar nuestras ideas preconcebidas, sino que también interpretamos pruebas ambiguas a favor de nuestras ideas. Esto puede ser un gran problema porque los datos a menudo son ambiguos, de modo que ignorando algunos patrones y enfatizando otros, nuestros inteligentes cerebros pueden reforzar sus creencias incluso en ausencia de datos convincentes. Por ejemplo, si concluimos, basándonos en pruebas poco sólidas, que un nuevo vecino es antipático, entonces cualquier acción futura que pueda ser interpretada en ese aspecto se mantendrá firme en nuestra mente, y las que no serán olvidadas fácilmente. O si creemos en una política y cuando consigue buenos resultados confiamos en ella, y cuando fracasa, le echamos la culpa a las circunstancias, o al otro partido, mientras cualquiera de los modos refuerce nuestras ideas iniciales.

En un estudio que ilustraba el efecto bastante gráficamente, los investigadores reunieron a un grupo de estudiantes universitarios; algunos apoyaban la pena de muerte y algunos estaban en contra.^[255] Estos investigadores proporcionaron a todos los estudiantes la misma colección de estudios sobre la eficacia de la pena capital. La mitad de los estudios apoyaban la idea de que la pena de muerte tiene un elemento disuasorio; la otra mitad contradecía la idea. Los investigadores también les proporcionaron claves aludiendo a los puntos débiles de cada uno de los estudios. Más tarde, se pidió a los estudiantes que valoraran la calidad de los estudios individualmente, y también que valoraran si su postura sobre la pena de muerte se había visto afectada y cuánto por todo lo que habían leído. Los participantes dieron una valoración más alta a los estudios que confirmaban su punto de vista inicial incluso cuando los estudios en ambos lados se habían llevado a cabo supuestamente por el mismo método. Y, al final, aunque todos habían leído exactamente los mismos estudios, tanto los que habían apoyado como los que se habían opuesto inicialmente a la pena de muerte contaron que leer los estudios había reforzado sus creencias. Más que convencer a alguien, los datos polarizaron el grupo; incluso los patrones aleatorios se pueden interpretar como pruebas convincentes si están relacionadas con nuestras ideas preconcebidas.

El sesgo de confirmación tiene muchas consecuencias desafortunadas en el mundo real. Cuando un profesor inicialmente cree que un estudiante es más listo que otro, el profesor selectivamente se centra en pruebas que tienden a confirmar su hipótesis.^[256] Cuando un empleador con perspectiva entrevista a un candidato, el entrevistador se forma una rápida primera impresión y se pasa el resto de la entrevista buscando información que apoye eso.^[257] Cuando los abogados en el entorno clínico son avisados antes de tiempo de que un entrevistado es combativo, tienden a concluir que lo es, incluso aunque no sea más combativo que la media.^[258] Y cuando la gente interpreta un comportamiento de una minoría individual, lo hace en el contexto de sus estereotipos previos.^[259]

La mente humana ha evolucionado para ser muy eficiente reconociendo patrones, en algunos sentidos incluso óptimos, pero como muestra el sesgo de confirmación, nos centramos en encontrar y confirmar patrones más que en minimizar nuestras conclusiones falsas. Darse cuenta de que los sucesos aleatorios también producen patrones, es simplemente un comienzo. Aprender a cuestionar nuestras percepciones, y nuestras teorías supone dar otro gran paso. Y finalmente, deberíamos aprender a dedicar el mismo tiempo buscando pruebas de que estamos equivocados que buscando razones de que tenemos razón.

Nuestro viaje a través de la aleatoriedad está ahora llegando a su fin. Empezamos con simples normas, y aprendimos cómo se reflejan en sistemas complejos. ¿Qué magnitud tiene el papel del azar en el sistema complejo más importante de todos nuestros destinos personales? Ésa es una pregunta difícil que ha motivado la mayor parte de lo que hemos visto hasta ahora. Y aunque no puedo esperar contestarla completamente, espero arrojar luz sobre ella, de modo que me dirigirá directamente a esta cuestión en el capítulo final. Mi conclusión puede intuirse en el título del capítulo, que es el mismo que el del libro, el andar del borracho.

El andar del borracho

En 1814, cerca de la cumbre de los grandes éxitos de la física newtoniana, Pierre-Simon Laplace escribió:

Si una inteligencia, en un instante dado, conociera todas las fuerzas que animan la naturaleza y la posición de cada ser constituyente; si, además, esta inteligencia fuera lo suficientemente grande como para someter estos datos a análisis, podría abrazar en la misma fórmula los movimientos de los cuerpos más grandes en el universo y el de los más pequeños átomos: para esta inteligencia no habría nada indeterminado, y el futuro, como el pasado, estaría presente ante sus ojos...^[260]

Laplace estaba expresando una opinión llamada determinismo: la idea de que el estado del mundo en el presente determina exactamente el modo en que se desplegará el futuro.

En la vida cotidiana el determinismo implica un mundo en el que nuestras cualidades personales y las propiedades de cualquier situación o entorno dados llevan directa e inequívocamente a consecuencias precisas. Ése es un mundo ordenado, en el que todo puede ser previsto, calculado, predicho. Pero para que el sueño de Laplace sea cierto, se tienen que cumplir varias condiciones. Primera, las leyes de la naturaleza deben dictar un futuro definido, y debemos conocer esas leyes. Segunda, debemos tener acceso a los datos que describen completamente el sistema de interés, sin que haya influencias imprevistas. Y finalmente, debemos tener suficiente inteligencia o potencia de cálculo como para ser capaces de decidir lo que, dados los datos sobre el presente, dicen las leyes que el futuro abrazará. En este libro hemos examinado muchos conceptos que ayudan a nuestro conocimiento de los fenómenos aleatorios. A lo largo del camino hemos obtenido una nueva percepción de una variedad de situaciones específicas de la vida. Y, sin embargo, ahí continúa

el gran cuadro, la pregunta de cuánto contribuye la aleatoriedad a ubicarnos en la vida y a lo bien que podemos predecir hacia dónde vamos.

En el estudio de los asuntos humanos de finales del Renacimiento y la época victoriana muchos estudiantes compartían la creencia de Laplace en el determinismo. Ellos sentían, como Galton, que el futuro de la sociedad es predecible. A menudo, estaban inspirados por el éxito de la física newtoniana y creían que el comportamiento humano podría ser predicho de tan buena fuente como otros fenómenos de la naturaleza. De este modo, parecía razonable que los sucesos futuros del mundo cotidiano deberían ser determinados tan estrictamente por el estado presente de los asuntos como lo son las órbitas de los planetas.

En los años sesenta un meteorólogo llamado Edward Lorenz intentaba utilizar la tecnología punta de su época —un ordenador primitivo— para llevar a cabo el programa de Laplace en el limitado campo del tiempo. Esto es, si suministrabas a la ruidosa máquina de Lorenz datos sobre condiciones atmosféricas de su Tierra idealizada en algún momento dado, utilizaría las leyes conocidas de meteorología para calcular e imprimir columnas de números representando las condiciones del tiempo en futuros tiempos.

Un día Lorenz decidió que quería extender su particular simulación más allá en el futuro. En lugar de repetir los cálculos completos decidió tomar un atajo empezando el cálculo por la mitad del camino. Para lograr eso utilizó como condiciones iniciales los datos impresos en la simulación anterior del ordenador. Esperaba que el ordenador regenerara el resto de la simulación previa, y entonces llevarla más lejos. Pero cuando Lorenz volvió se dio cuenta de algo extraño: el tiempo meteorológico había evolucionado de modo diferente. En lugar de duplicar el final de la simulación previa, la nueva divergía totalmente. Pronto entendió el porqué. En la memoria del ordenador los datos estaban guardados en seis posiciones decimales, pero en la impresión sólo en tres. Como consecuencia, los datos que había suministrado estaban rebajados una diminuta parte. Un número como 0,293416, por ejemplo, aparecería como 0,293.

Los científicos normalmente asumen que si las condiciones iniciales de un sistema se alteran ligeramente, también la evolución de ese sistema será alterada ligeramente. Después de todo, los satélites que recogen los datos sobre el tiempo sólo pueden medir parámetros con dos o tres posiciones decimales, de modo que no pueden seguir la pista a diferencias tan diminutas como las que hay entre 0,293416 y 0,293. Pero Lorenz descubrió que tales pequeñas diferencias llevaban a cambios masivos en el resultado.^[261] El fenómeno fue apodado el «efecto mariposa» por la

implicación de que unos cambios atmosféricos tan pequeños que podrían haber sido causados por una mariposa batiendo sus alas pueden tener un gran efecto en patrones de tiempo globales posteriores. Eso puede sonar absurdo, el equivalente a la taza de café extra que sorbes una mañana que provoque cambios profundos en tu vida posterior. Pero realmente eso sucede, por ejemplo, si el tiempo extra que gastaste origina que te tropieces con tu futura mujer en la estación de tren, o que evites ser golpeado por un coche que corre a toda prisa por un semáforo en rojo. De hecho, cuando observamos en detalle los mayores sucesos de nuestras vidas, no es extraordinario ser capaces de identificar tales sucesos aleatorios que, aunque parecían intrascendentes, provocaron grandes cambios.

El determinismo en los asuntos humanos fracasa en satisfacer los requisitos para la previsibilidad aludida por Laplace. Primero, hasta donde sabemos, la sociedad no está gobernada por leyes definidas y fundamentales del modo en que lo está la física. En cambio, el comportamiento de las personas no sólo es impredecible, sino como Kahneman y Tversky mostraron repetidamente, también a menudo irracional (en el sentido de que actuamos en contra de nuestros mejores intereses). Segundo, incluso si pudiéramos, como Quetelet intentó, descubrir las leyes de los asuntos humanos, es imposible conocer con precisión los datos necesarios para la predicción. Y tercero, los asuntos humanos son tan complejos que es dudoso que pudiéramos llevar a cabo los cálculos necesarios incluso si entendiéramos las leyes y poseyéramos los datos. Como consecuencia, el determinismo es un modelo pobre para la experiencia humana. O, como el laureado Nobel Max Bom escribió, «el azar es un concepto más fundamental que la causalidad».^[262]

En el estudio científico de los procesos aleatorios, el andar del borracho es el arquetipo. En nuestras vidas, también nos proporciona un modelo apto, porque, como los granulos de polen flotando en el fluido browniano, estamos continuamente dándonos codazos en una y otra dirección mediante sucesos aleatorios. Como consecuencia, aunque podemos encontrar regularidades estadísticas en los datos sociales, el futuro de nuestros individuos particulares es imposible de predecir, y para nuestros logros particulares, nuestros trabajos, nuestros amigos, nuestros negocios, todos debemos más al azar de lo que mucha gente se da cuenta. A continuación argumentaré que en todo excepto en los esfuerzos más simples de la vida real, las fuerzas imprevisibles o impredecibles no se pueden evitar y que, además, son esas fuerzas aleatorias y nuestras reacciones a ellas lo que más cuenta en nuestro particular recorrido por la vida. Empezaré por explorar una aparente contradicción inherente a esa idea: si el futuro es realmente caótico e impredecible, ¿por qué, después de que ocurran los sucesos, a menudo parece que hemos sido

capaces de predecirlos?

En otoño de 1941, unos meses antes de que atacasen Pearl Harbor, un agente japonés en Tokio envió a otro espía japonés en Honolulu una petición alarmante.^[263] La petición fue interceptada y enviada a la Oficina de Inteligencia Naval de Washington. Retomó el camino del sistema, llegando a Washington de forma decodificada y traducida el 9 de octubre. El mensaje pedía al agente en Honolulu que dividiera Pearl Harbor en cinco áreas y que hiciera futuros informes sobre los barcos del puerto con referencia a esas áreas. Eran de especial interés los acorazados, los destructores y los cargueros, así como la información relacionada con el anclaje de más de un barco a un único muelle. Unas semanas después ocurrió otro curioso incidente. Los monitores estadounidenses perdieron el rastro de las comunicaciones por radio de todos los cargueros conocidos en la Primera y Segunda Flota japonesas, perdiendo, así todo conocimiento sobre sus paraderos. A principios de diciembre la unidad de Inteligencia de Combate del decimocuarto Distrito Naval en Hawái informó que los japoneses habían cambiado sus señales de llamada por segunda vez en un mes. Las señales de llamada, como WCBS o KNPR, son designaciones que identifican la fuente de una transmisión de radio. En tiempos de guerra, revelan la identidad de una fuente no sólo amiga, sino también enemiga, de modo que son alteradas periódicamente. Los japoneses tenían el hábito de cambiarlas cada seis meses o más. Cambiarlas dos veces en treinta días se consideraba un «paso para preparar operaciones activas a gran escala». El cambio hacía que la identificación del paradero de los cargueros y submarinos japoneses fuera difícil en los días consiguientes, confundiendo más el asunto del silencio de la radio.

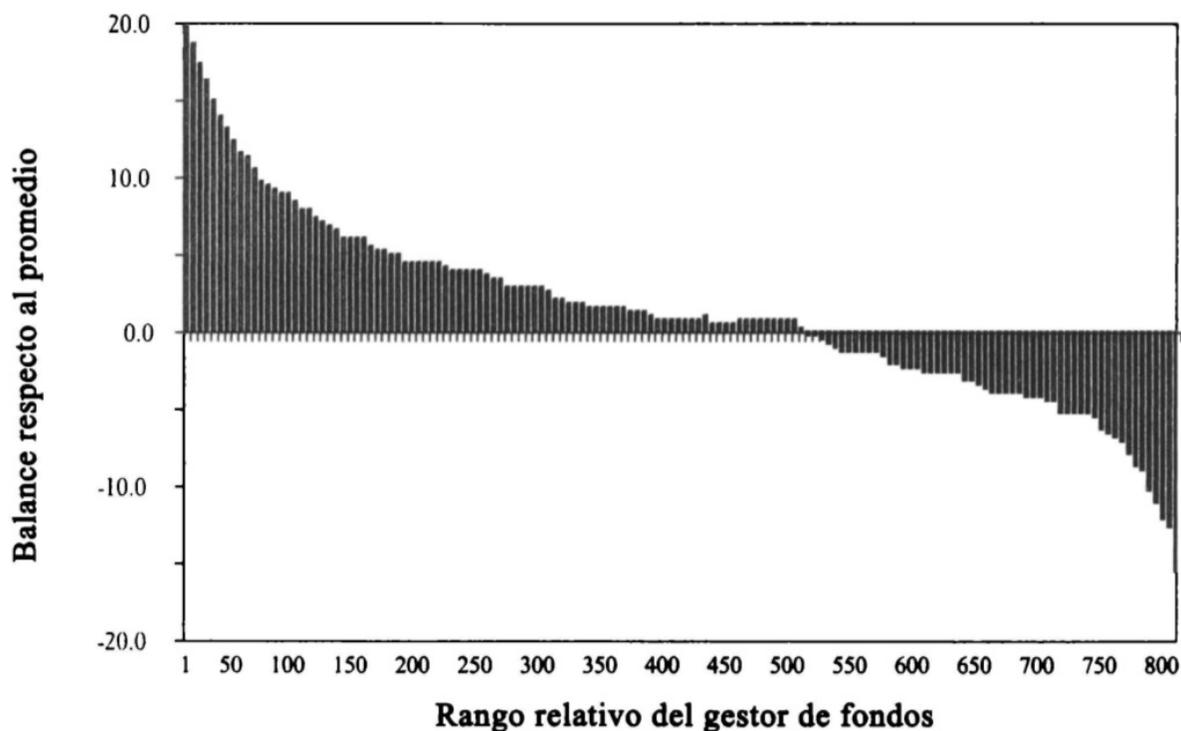
Dos días después fueron interceptados y decodificados mensajes que se habían enviado a puestos diplomáticos y consulares japoneses de Hong Kong, Singapur, Batavia, Manila, Washington y Londres. Pedían a los diplomáticos que destruyeran inmediatamente la mayor parte de sus claves y códigos y que quemasen el resto de documentos confidenciales y secretos. Por entonces el FBI también interceptó una llamada telefónica de un cocinero en el consulado japonés de Hawái a alguien en Honolulu informando con gran excitación que los oficiales estaban quemando todos los documentos importantes. El ayudante del director de la unidad principal de la inteligencia del ejército, el teniente coronel George W. Bicknell, llevó uno de los mensajes a su jefe mientras estaba preparándose para irse a cenar con el director del Departamento Hawaiano del ejército. Era el atardecer del sábado 6 de diciembre, el día anterior al ataque. El superior de Bicknell tardó cinco minutos en considerar el mensaje, después lo rechazó y se fue a comer. Con sucesos tan premonitorios en retrospectiva, ¿por qué nadie vio que el ataque llegaba?

En cualquier serie compleja de sucesos que se despliegan en el tiempo, cada uno con algún elemento de incertidumbre, existe una asimetría fundamental entre el pasado y el futuro. Esta asimetría ha sido tradicionalmente el sujeto de estudios científicos desde Boltzmann y su análisis estadístico de los procesos moleculares responsables de las propiedades de los fluidos (véase el capítulo 8). Imaginemos, por ejemplo, una molécula de tinte flotando en un vaso de agua. La molécula, como los gránulos de Brown, seguirá un andar de borracho. Pero incluso ese movimiento sin sentido progresa en alguna dirección. Si esperas tres horas, por ejemplo, la molécula habrá viajado alrededor de una pulgada desde donde empezó. Supongamos que en algún punto la molécula se mueve hasta una posición de importancia que finalmente atrae su atención. Como muchos hicieron con Pearl Harbor, debemos buscar la razón de que ocurriera un suceso inesperado. Ahora supongamos que escarbamos en el pasado de la molécula. Supongamos de hecho que seguimos la pista hacia atrás del registro de todas sus colisiones. Entonces, efectivamente, descubriremos cómo primero ésta chocó contra una molécula de agua y que ésta propulsó la molécula de tinte en su recorrido en zigzag de aquí a allá. En otras palabras, retrospectivamente podemos explicar con claridad por qué el pasado de la molécula de tinte se desarrolló como lo hizo. Pero el agua contiene muchas otras moléculas que potencialmente podrían haber sido las que hubiesen interactuado con la de tinte. Y para predecir el recorrido de la molécula de antemano, por tanto, tendríamos que calcular los recorridos e interacciones mutuas de todas esas potencialmente importantes moléculas de agua. Eso es un número casi inimaginable de cálculos matemáticos, de mucho más campo de acción y dificultad que la lista necesaria para entender el pasado. En resumen, el movimiento de la molécula de tinte era virtualmente imposible de predecir antes del hecho, aunque era relativamente fácil de entender después.

La asimetría fundamental es por qué en la vida diaria el pasado a menudo parece obvio, incluso cuando no podríamos haberlo predicho. Esto se debe a que los pronósticos del tiempo pueden decirte las razones de que hace tres días el frente frío se moviera así y ayer el frente cálido se moviera de otro modo, haciendo que lloviera en tu romántica boda en el jardín, pero los mismos meteorólogos tienen mucho menos éxito al intentar averiguar cómo los frentes se comportarán de aquí a tres días, proporcionando la advertencia anticipada de que habrías necesitado tener lista una gran carpa. O consideremos una partida de ajedrez. A diferencia de los juegos de cartas, no hay un elemento explícitamente aleatorio en el ajedrez. Y sin embargo, existe una incertidumbre porque ningún jugador sabe con seguridad qué hará su oponente a continuación. Si los jugadores son expertos, en muchos momentos de la partida puede ser posible ver unos pocos movimientos en el futuro; si buscas más lejos se agravará la incertidumbre y nadie será capaz de decir con seguridad y

exactitud cómo resultará la partida. Por otro lado, mirando atrás, es habitualmente fácil decir por qué cada jugador hizo el movimiento que hizo. De nuevo tenemos un proceso probabilístico cuyo futuro es difícil de predecir, pero cuyo pasado es fácil de comprender.

Lo mismo puede aplicarse al mercado de valores. Consideremos, por ejemplo, el rendimiento de los fondos de inversiones. Como he comentado en el último capítulo 9, es común, cuando se escoge un fondo de inversión, mirar al rendimiento pasado. Y, en efecto, es fácil encontrar patrones bien ordenados cuando miramos hacia atrás. Abajo, por ejemplo, aparece en el gráfico el rendimiento de 800 gestores de fondos de inversión a lo largo del período 1991-1995.

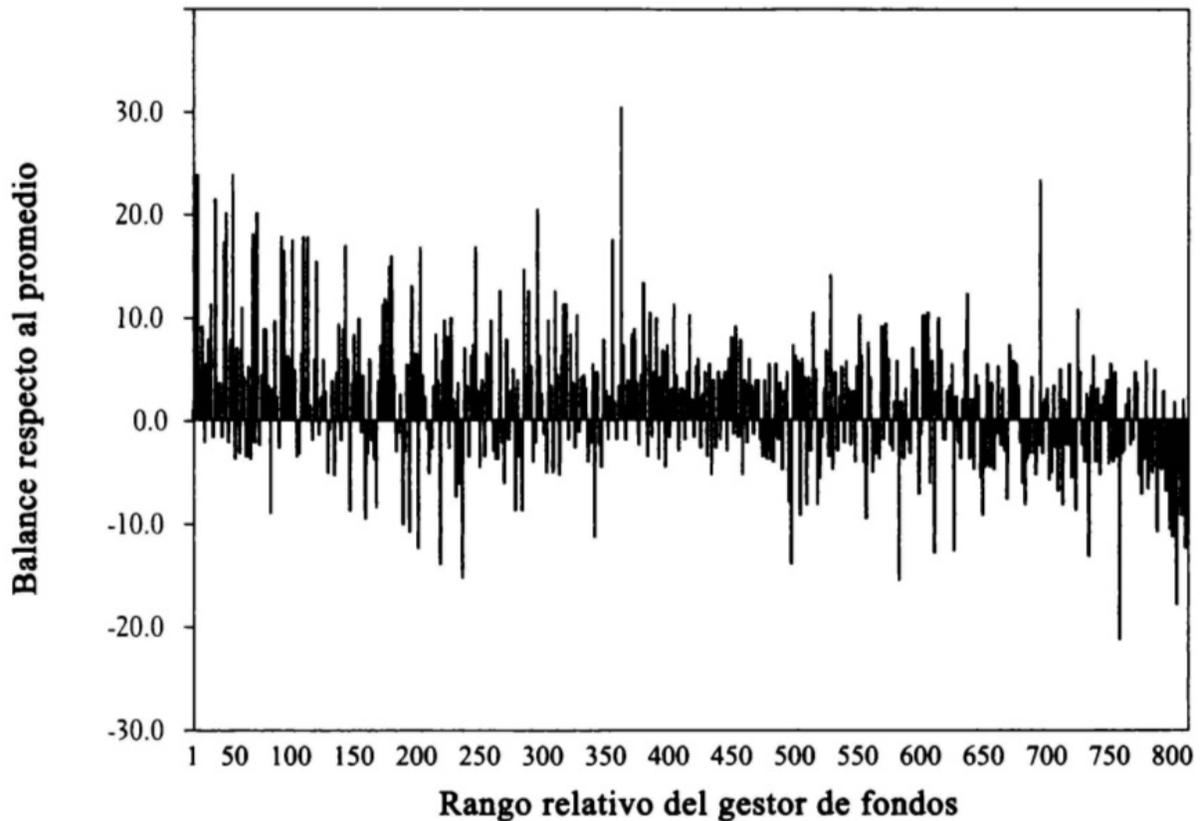


En el eje vertical están representadas las ganancias o pérdidas de los fondos relativos al fondo promedio del grupo. En otras palabras, un beneficio del 0% significa que el rendimiento del fondo estaba en la media durante ese período de 5 años. En el eje horizontal se representa el rango relativo del gestor, desde el resultado #1 hasta el resultado #800. Para buscar el rendimiento de, digamos, los 100 gestores de fondos más exitosos en el período de 5 años dado, deberemos localizar en el gráfico correspondiente el punto correspondiente al número 100 en el eje

horizontal.

Cualquier análisis, sin duda, podría dar un número de razones convincentes de por qué los gestores más arriba representados tuvieron éxito y por qué los de más abajo fracasaron. Perdamos o no nuestro tiempo siguiendo ese análisis en detalle, son pocos los inversores que escogerían un fondo con un rendimiento 10% por debajo de la media en los últimos 5 años antes que uno que lo hizo un 10% mejor. Es fácil, mirando hacia el pasado, construir este bonito gráfico y dar explicaciones diáfanas, pero esta imagen óptica de sucesos es solamente una ilusión en retrospectiva con poca relevancia para predecir sucesos futuros. En el gráfico siguiente (página 219), por ejemplo, comparo cómo los mismos fondos, todavía clasificados según su rendimiento en el período de 5 años inicial, lo hicieron en el siguiente período de 5 años. Si el pasado era una buena indicación del futuro, los gráficos deberían ser casi idénticos. Por tanto, los fondos considerados para 1991-1995, deberían obtener resultados parecidos en el período 1996-2000. Si los ganadores (a la izquierda del gráfico) continúan haciéndolo mejor que los perdedores (a la derecha), la curva general debería resultar parecida. En su lugar, como podemos ver, el orden del pasado desaparece cuando la extrapolamos hacia el futuro, y el nuevo gráfico termina pareciendo una suerte de grupo de ruido aleatorio.

Las personas caen sistemáticamente al ver el papel del azar en el éxito de los fondos de inversión, y el de gente como el gestor de fondo patrimonial Bill Miller. Creemos irracionalmente que los errores del pasado deben ser consecuencia de la ignorancia o de la incompetencia, y que se podrían haber remediado mediante más estudio y una perspicacia mejorada. Automáticamente respetamos a políticos superestrellas, actores y magnates de los negocios, y a cualquiera que vuele en un *jet* privado, como si sus logros debieran reflejar cualidades únicas no compartidas por aquéllos forzados a consumir la comida de las aerolíneas comerciales. Y ponemos excesiva confianza en las predicciones demasiado precisas de gente que se atribuye una trayectoria récord demostrando experiencia, en expertos políticos, en expertos financieros y en asesores de negocios.



Conozco a un gran editor que se esforzó mucho en desarrollar un plan de uno, tres y cinco años para su división de *software* educacional. Había asesores altamente pagados, reuniones interminables de *marketing*, sesiones nocturnas de análisis financiero, largas asambleas de tarde fuera de los despachos y locas suposiciones codificadas como resultados probables. Cuando, el primer año, determinados productos no se vendieron tan bien como se esperaba, u otros se vendieron más de lo proyectado, se buscaron motivos y fueron culpados o se les atribuyó el mérito a los empleados apropiados, como si las expectativas iniciales hubieran sido realmente valiosas. El año siguiente vio una serie de guerras de precios imprevistas iniciadas por dos competidores. Un año después el mercado para el *software* educacional se colapso. Como la incertidumbre se agravaba el plan de tres años nunca tuvo la oportunidad de tener éxito. Y el plan de cinco años, pulido y preciso como un diamante, se ahorró cualquier comparación de rendimiento actual, porque por aquel entonces virtualmente todos en la división se habían trasladado a prados más verdes.

Los historiadores, cuya profesión es estudiar el pasado, son tan cautelosos

como los científicos con la idea de que los sucesos se desarrollan de un modo que podría haberse previsto. De hecho, en el estudio de la historia, la ilusión de la inevitabilidad tenía unas consecuencias tan serias que es una de las pocas cosas que no provocan la discrepancia de los historiadores conservadores y los de izquierdas. El historiador de izquierdas Richard Henry Tawney, por ejemplo, lo expresó de este modo: «Los historiadores dan una apariencia de inevitabilidad [...] al conceder importancia a las fuerzas que han triunfado y desdeñando aquellas que se han consumido».^[264] Y la historiadora Robería Wohlstetter, que recibió la Medalla Presidencial de la Libertad de manos de Reagan, dijo: «Después del suceso, naturalmente, una señal es siempre clara y cristalina. Ahora podemos ver qué suceso estaba señalando el desastre [...] pero antes del suceso la señal está oscura y llena de significados contradictorios».^[265]

En algún sentido esta idea está encapsulada en el cliché de que «para ver el pasado no hacen falta gafas», pero las personas a menudo se comportan como si el refrán no fuera cierto. En el gobierno, por ejemplo, se practica un juego de culpa «lo debería haber sabido» después de cada tragedia. En el caso de Pearl Harbor (y de los ataques del 11 de septiembre), los sucesos que llevaron al ataque, mirando atrás parecen apuntar, sin duda, a una dirección obvia. Sin embargo, como con la molécula de tinta, el tiempo o el juego del ajedrez, si empiezas antes del hecho y sigues la pista a los sucesos hacia delante, el sentimiento de inevitabilidad se disuelve rápidamente. Por supuesto, además de los inteligentes informes que cité aquí también existe un enorme fondo de inteligencia inútil, que proporciona cada semana nuevos montones de mensajes y transcripciones a veces alarmantes o misteriosos que más tarde demostrarían ser engañosos o insignificantes. E incluso si nos centramos en los reportajes que la retrospectiva nos dice que son importantes, antes del ataque para cada uno de esos informes existía una alternativa razonable que no apuntaba hacia un ataque sorpresa en Pearl Harbor. Por ejemplo, la petición de dividir Pearl Harbor en cinco áreas era similar en estilo a otras peticiones que habían recibido agentes japoneses en Panamá, Vancouver, Portland y San Francisco. La pérdida de contacto con la radio tampoco fue omitida, y en el pasado había significado a menudo que simplemente los barcos de guerra estaban en aguas territoriales y que se comunicaban vía líneas telegráficas terrestres. Además, incluso aunque creyeras que una ampliación de la guerra era inminente, muchas señales apuntaban hacia un ataque en otra parte, como en Filipinas, la península tailandesa o Guam.

Después de Pearl Harbor siete comités del congreso de Estados Unidos rebuscaron con la intención de descubrir por qué el ejército estadounidense no había percibido todas las «señales» de un ataque próximo. El jefe del Estado mayor, el

general George Marshall, por supuesto, fue blanco de duras críticas por un memorando de mayo de 1941 al presidente Roosevelt en el que escribió que «la isla de Oahu, debido a su fortificación, su guarnición y sus características físicas, se cree que es la fortaleza más fuerte en el mundo...», y tranquilizó al presidente diciendo que, en caso de ataque, las fuerzas enemigas serían interceptadas por todo tipo de «bombardeo» dentro de 200 millas de su objetivo. El general Marshall no estaba loco, pero tampoco tenía una bola de cristal. El estudio de la aleatoriedad nos dice que la visión de una bola de cristal de los sucesos es posible, desafortunadamente, sólo después de que sucedan. Por lo tanto, creemos que sabemos por qué a una película le fue bien, un candidato ganó las elecciones, hay tormenta, las acciones han ido a la baja, un equipo de fútbol ha perdido, un producto nuevo fracasó, o una enfermedad se ha agravado, pero tales conocimientos están vacíos en el sentido de que tienen poca utilidad a la hora de predecir si una película funcionará, un candidato ganará las elecciones, habrá una tormenta, las acciones irán a la baja, un equipo de fútbol perderá, un nuevo producto fracasará o una enfermedad se agravará.

Es fácil inventar historias que explican el pasado, o tener confianza sobre escenarios dudosos del futuro. Que haya trampas en tales intentos no significa que no los debiéramos asumir. Pero podemos trabajar para inmunizarnos en contra de nuestros errores de intuición. Podemos aprender a ver tanto las explicaciones como las profecías con escepticismo. Podemos centrarnos en la capacidad de reaccionar antes de que tengan lugar los sucesos más que en depender de la capacidad de predecirlos, en cualidades como la flexibilidad, la confianza, el coraje y la perseverancia. Y podemos darle más importancia a nuestras impresiones directas de las personas que a los logros pasados de los que presumen. De este modo podemos resistirnos a hacer juicios en nuestro marco determinista automático. En la siguiente sección describiré una visión de los asuntos humanos que tiene en cuenta los factores aleatorios de la vida.

En marzo de 1979 tuvo lugar otra famosa cadena de elementos imprevista, ésta en una planta de una central nuclear en Pensilvania.^[266] Dio como resultado una fusión parcial del núcleo donde ocurre la reacción nuclear, amenazando con contaminar el ambiente con una alarmante dosis de radiación. El contratiempo empezó cuando una cantidad de agua aproximadamente similar a un vaso surgió a través de un cierre con fugas de un filtro llamado «depósito de tratamiento del condensado». El agua que había goteado entró en un sistema neumático que lleva algunos de los instrumentos de la planta, activando dos válvulas. Las válvulas activadas cerraron el flujo de agua fría hacia el generador de vapor de la planta, el sistema responsable de eliminar el calor generado por la reacción nuclear en el núcleo. Entonces se puso en funcionamiento una bomba de agua de emergencia,

pero la válvula de cada uno de sus dos tubos se había quedado cerrada después del mantenimiento dos días antes. Además, una válvula de liberación de presión también falló, al igual que un indicador en la habitación de control que debería haber avisado de que la válvula no estaba funcionando.

Vistos separadamente, cada uno de los fallos era de un tipo considerado tanto común como aceptable. Los problemas del depósito de tratamiento del condensado no eran inusuales en la planta, ni tampoco eran muy serios normalmente; con cientos de válvulas siendo abiertas o cerradas en una planta de una central nuclear, algunas válvulas dejadas en la posición incorrecta no se consideraba algo raro o alarmante; y se sabía que la válvula de liberación de presión era poco fiable y había fallado a veces sin mayores consecuencias en al menos otras once plantas nucleares. Sin embargo, puesto todo junto, estos fallos hicieron que la planta pareciera dirigida por un grupo de policías de Keystone.^[267] Y, por tanto, después de Three Mile Island se llevaron a cabo muchas investigaciones y se echaron muchas culpas. Pero Three Mile Island tenía otra consecuencia: esa cadena de sucesos estimuló al sociólogo de Yale Charles Perrow a crear una nueva teoría de los accidentes en la que se codificaba el argumento central de este capítulo: en sistemas complejos (entre los que cuento nuestras vidas) deberíamos esperar que los factores menores que normalmente podemos ignorar por azar puedan provocar accidentes mayores.^[268]

En esta teoría, Perrow reconocía que los sistemas modernos están formados por miles de partes —incluyendo seres humanos que toman decisiones falibles— interrelacionadas de unas maneras a las que resulta, como los átomos de Laplace, imposible de seguirles la pista individualmente y anticiparlas. Sin embargo, uno puede apostar por el hecho de que, así como los átomos que están realizando un andar de borracho finalmente llegarán a algún sitio, también los accidentes finalmente ocurrirán. Conocida como «teoría del accidente normal», la doctrina de Perrow describe cómo sucede eso, cómo pueden ocurrir accidentes sin causas claras, sin esos errores manifiestos y sin villanos incompetentes buscados por comisiones corporativas o gubernamentales. Pero aunque la teoría del accidente normal es una teoría de por qué, inevitablemente, las cosas a veces van mal, se podría dar la vuelta para explicar por qué, inevitablemente, a veces van bien. Porque en una tarea compleja, no importa cuántas veces fracasemos: si seguimos intentándolo a menudo hay una buena oportunidad de que finalmente lo logremos. De hecho, economistas como Brian Arthur argumentan que una concurrencia de factores menores pueden llevar incluso a compañías con ninguna ventaja en particular a dominar a sus competidores. «En el mundo real», escribió, «si varias empresas de aproximadamente el mismo tamaño entrasen juntas al mercado, pequeños sucesos fortuitos —encargos imprevistos, reuniones fortuitas con compradores, caprichos de

los directivos—, ayudarían a determinar cuáles recibirían las compras primero y, a lo largo del tiempo, cuáles llegarían a dominar. La actividad económica está [determinada] por transacciones individuales que son demasiado pequeñas como para preverlas, y estos pequeños sucesos “aleatorios” podrían [acumularse] y magnificarse por reacciones positivas a lo largo del tiempo...».^[269]

Los investigadores en sociología se han dado cuenta del mismo fenómeno. Por ejemplo, un grupo estudió los hábitos de compra de los consumidores en las llamadas «Industrias culturales»: libros, películas, arte, música. La sabiduría del *marketing* convencional en esos campos es que el éxito se consigue anticipándose a las preferencias del consumidor. En este sentido, el modo más productivo de pasar el tiempo para los ejecutivos es estudiar los gustos de Stephen King, Madonna o Bruce Willis que atraen a tantos admiradores. Estudian el pasado y, como ya he argumentado, no tienen ningún problema en extraer los motivos de cualquiera que sea el logro que intentan explicar. Entonces tratan de reproducirlo.

Ésta es la visión determinista del mercado, una visión en la que las cualidades intrínsecas de la persona, o del producto, gobiernan su éxito. Pero existe otra manera de mirarlo, una visión no determinista. En esta visión hay muchos libros, cantantes, actores desconocidos pero de gran calidad, y lo que hace que uno u otro sobresalga es una conspiración de factores aleatorios y menores, es decir, la suerte. En esta visión, los ejecutivos tradicionales están sólo girando sus ruletas.

Gracias a Internet, esta idea ha podido corroborarse. Los investigadores que la probaron se centraron en el mercado musical, en el que las ventas por Internet están empezando a dominar. Para su estudio reclutaron 14.341 participantes a los que se les pidió que escucharan, valoraran y, si lo deseaban, se descargaran canciones de grupos que no habían oído nunca.^[270] A algunos de los participantes también se les permitió ver los datos sobre la popularidad de cada canción, esto es, cuántos chavales participantes se la habían descargado. Estos participantes fueron divididos en ocho «mundos» separados y sólo podían ver los datos de la gente de su propio mundo. Todos los artistas en todos los mundos empezaron con cero descargas, y después cada mundo se desarrolló independientemente. También había un noveno grupo de participantes a los que no se les dio ningún dato. Los investigadores utilizaron la popularidad de las canciones en este último grupo de oyentes aislados para definir la «calidad intrínseca» de cada canción, esto es, su atractivo en ausencia de influencia externa.

Si la visión determinista del mundo fuera cierta, las mismas canciones deberían haber dominado en cada uno de los ocho mundos, y las listas de

popularidad en esos mundos deberían de haber coincidido con la calidad intrínseca determinada por los individuos aislados. Pero los investigadores encontraron exactamente lo opuesto. La popularidad de las canciones individuales variaba mucho entre mundos diferentes, y canciones diferentes de calidad intrínseca similar también variaban mucho su popularidad. Por ejemplo, una canción llamada «Lockdown» de un grupo llamado 52metro se clasificó la 26 entre 48 en calidad intrínseca, pero fue la canción número 1 en un mundo y la 40 en otro. En este experimento, a medida que una u otra canción por azar obtenía una ventaja temprana en las descargas, su popularidad aparente influenciaba a los futuros compradores. De este modo, pequeñas influencias fortuitas creaban un efecto de bola de nieve en el futuro de la canción.

También en nuestras vidas, cuando miramos a través del microscopio de mayor aumento podemos ver que muchos sucesos mayores habrían resultado diferentes si no hubiera sido por la confluencia de factores menores, como las personas que conocemos por azar, o las oportunidades de trabajo que aleatoriamente aparecen en nuestro camino. Por ejemplo, pensemos en un actor que durante siete años, desde finales de la década de los setenta, vivía en un quinto piso sin ascensor en la calle 49 de Manhattan luchando por hacerse un nombre. Trabajaba cerca de Broadway, a veces muy cerca, y en anuncios comerciales, haciendo todos los pasos que debería para hacerse notar, construir una carrera y obtener la aptitud para comer ocasionalmente un bistec sin tener que escabullirse del restaurante antes de que llegara la cuenta. Hay probablemente más profesores de interpretación que actores de éxito quienes, como él, pasaron de los veinte a los treinta años construyendo su carrera de actor. Y como muchos aspirantes, no importa lo duro que trabajase este actor aficionado para conseguir los papeles adecuados, hacer las elecciones oportunas, y superarse en su oficio; su papel más seguro continuaba siendo su carrera como camarero. Entonces un día voló a Los Ángeles, ya fuera para los juegos olímpicos de 1984 (si crees a su publicista) o para visitar a una novia (si crees al *New York Times*). Sea como fuere, una cosa está clara: la decisión de visitar la costa Oeste no tenía nada que ver con actuar, y mucho que ver con el amor, al menos con el amor a los deportes. Y, sin embargo, demostró ser la mejor decisión para su carrera que el actor había tomado nunca, y muy probablemente la mejor decisión de su vida.

El nombre del actor es Bruce Willis, y mientras estuvo en Los Angeles un agente le sugirió que fuera a unas pocas audiciones televisivas que tenían lugar por entonces.^[271] Una era para un programa en la fase final del *casting*. Los productores ya tenían una lista de finalistas en mente, pero en Hollywood nada es definitivo hasta que se seca la tinta del contrato y el litigio ha terminado. Willis tuvo su

audición, y obtuvo el papel, el de David Addison, el protagonista emparejado con Cybill Shepherd en una nueva serie de la ABC llamada *Luz de luna*.

Puede ser tentador creer que Willis era la elección obvia por encima del señor X, el tipo que estaba en la parte más alta de la lista cuando llegó Willis, y que el resto es, como se dice, historia. Como en retrospectiva sabemos que tanto *Luz de luna* como Willis tuvieron mucho éxito es difícil de imaginar la reunión que mantuvieron los que toman las decisiones en Hollywood sobre Willis, haciendo de todo menos encenderse un puro mientras celebraban su brillante descubrimiento y quemando su ahora pasada de moda lista de previos finalistas. Pero lo que sucedió realmente en la sesión de *casting* es más parecido a lo que consigues cuando envías a tus hijos a buscar una única bola de helado y dos quieren fresa mientras que el tercero quiere triple chocolate con nueces y dulce de azúcar. Los ejecutivos de la red se pelearon por el señor X, ya que a su juicio Willis no parecía un actor principal serio. Glenn Caron, el productor ejecutivo de *Luz de luna*, argumentó a favor de Willis. Es fácil, mirando atrás, tachar a los ejecutivos de la red como bufones ignorantes. Según mi experiencia, los productores televisivos a menudo lo hacen, especialmente cuando los ejecutivos no pueden oírlos. Pero antes de que hagamos esa elección, consideremos esto: los espectadores televisivos al principio coincidieron con la valoración mediocre de los ejecutivos. *Luz de luna* debutó el 3 de marzo de 1985 con baja audiencia y siguió con un rendimiento mediocre durante el resto de la primera temporada. No fue hasta la segunda temporada cuando los espectadores cambiaron su opinión, y la serie finalmente se convirtió en un gran éxito. El atractivo de Willis, y su éxito, era aparentemente impredecible en todas las fases hasta, naturalmente, la fase en la que lo consiguió. En este punto uno puede tachar la historia como una locura de Hollywood, pero el recorrido del andar de borracho de Willis hacia el éxito no era inusual del todo. Un recorrido salpicado de impactos aleatorios y consecuencias no intencionadas es el recorrido de mucha gente exitosa, no sólo en sus profesiones, sino en sus amores, aficiones y amistades. De hecho, es más la regla que la excepción.

Estaba viendo la televisión por la noche recientemente cuando otra estrella no proveniente del mundo del entretenimiento apareció en una entrevista. Su nombre era Bill Gates. Aunque el entrevistador era conocido por su enfoque sarcástico, parecía inusualmente deferente hacia Gates. Incluso el público parecía comérselo con los ojos. El motivo, naturalmente, es que Gates es el hombre más rico del mundo. De hecho, desde que fundó Microsoft, Gates ha ganado más de 100 dólares por segundo. Y, por tanto, cuando se le preguntó sobre su punto de vista sobre la televisión interactiva, todo el mundo esperaba con gran expectativa lo que Gates tenía que decir. Pero su respuesta fue ordinaria, no más creativa, ingeniosa o

perspicaz que la que había oído de docenas de otros profesionales informáticos. Esto nos lleva a una pregunta: ¿había ganado Gates 100 dólares por segundo porque está endiosado, o está endiosado porque gana 100 dólares por segundo?

En agosto de 1980, cuando un grupo de empleados de IBM estaba trabajando en un proyecto secreto para fabricar un ordenador personal, voló hasta Seattle para encontrarse con el joven empresario informático. Bill Gates dirigía una pequeña compañía e IBM necesitaba un programa llamado «sistema operativo» para su planeado «ordenador casero». Los recuerdos sobre los sucesos subsiguientes varían, pero lo esencial es como sigue.^[272] Gates dijo que él no podía proporcionar el sistema operativo, y recomendó a la gente de IBM a un famoso programador llamado Gary Kildall. Las negociaciones no fueron muy bien entre IBM y Kildall. Por supuesto, cuando IBM se presentó en las oficinas de DRI, la entonces mujer de Kindall, la directora comercial, rechazó firmar la cláusula de confidencialidad. Los emisarios de IBM llamaron de nuevo y esa vez Kildall se reunió con ellos. Nadie sabe exactamente lo que sucedió en esa reunión, pero si hicieron un trato informal, no cuajó. Por aquel entonces, uno de los empleados de IBM llamado Jack Sames vio a Gates de nuevo. Ambos conocían otro sistema operativo disponible, un sistema que estaba, dependiendo de a quién preguntes, basado o inspirado en el de Kindall. Según Sames, Gates dijo: «¿Quieres conseguir [ese sistema operativo], o quieres que lo consiga yo?». Sames, aparentemente sin apreciar las implicaciones futuras, contestó: «Por favor, consíguelo tú». Gates lo hizo, por 50.000 dólares (o según algunos informes, un poco más), introdujo unos pocos cambios y lo renombró DOS. IBM, aparentemente con poca fe en el potencial de su nueva idea, autorizó la comercialización por un pago de derechos de autor muy bajos, dejando a Gates retener los derechos. DOS no era mejor, y muchos, incluyendo la mayoría de profesionales informáticos, afirmarían que mucho peor que, digamos, el sistema de Macintosh Apple. Pero la base creciente de usuarios de IBM animó a nuevos adoptadores a comprar las máquinas de IBM, que a su vez animó a los desarrolladores de *software* a escribir para DOS. En otras palabras, como describió el economista Arthur, la gente compraba DOS porque la gente estaba comprando DOS. En el fluido mundo de los empresarios informáticos, Gates se convirtió en la molécula que rompió la baraja. Pero si no hubiese sido por la falta de cooperación de Kildall, la falta de visión de IBM o el segundo encuentro entre Sames y Gates, pese a que Gates posea una perspicacia visionaria de negocios, hoy podría ser otro empresario de *software* más y no el hombre más rico del mundo, y es la razón por la que probablemente su visión sonaba como lo que fue, la visión de sólo otro empresario de *software*.

Nuestra sociedad puede ser rápida para convertir a personas ricas en héroes

y a las pobres en peleles. Por eso el magnate inmobiliario Donald Trump, cuyo Hotel Plaza se fue a la bancarrota y cuyo imperio de casinos se arruinó dos veces (un accionista que invirtió 10.000 dólares en su casino en 1994 y trece años después se marcharía con 636 dólares),^[273] se aventuró, sin embargo, a asumir el papel principal en un muy exitoso programa de televisión en el que juzgaba la perspicacia en los negocios de jóvenes aspirantes. Obviamente puede ser un error asignar brillantez en proporción a la riqueza. No podemos ver el potencial de las personas, sólo sus resultados, de modo que a menudo juzgamos equivocadamente pensando que los resultados deben reflejar a la persona. La «teoría del accidente normal de la vida» muestra no que la conexión entre acciones y recompensas sea aleatoria, sino que las influencias aleatorias son tan importantes como nuestras cualidades y acciones.

En un nivel emocional muchas personas se resisten a la idea de que las influencias aleatorias son importantes incluso si, en un nivel intelectual, entienden que lo son. Si la gente subestima el papel del azar en las carreras de los magnates, ¿también resta importancia a su papel en vidas de los menos exitosos? En los años sesenta esa pregunta inspiró al psicólogo social Melvin Lerner a observar las actitudes negativas de la sociedad hacia los pobres.^[274] Dándose cuenta de que «pocas personas se embarcarían en una actividad prolongada si creyeran que había una conexión aleatoria entre lo que hicieron y las recompensas que recibieron»,^[275] Lerner concluyó que «por el bien de nuestra propia cordura», las personas sobrestiman el grado en que la capacidad puede deducirse del éxito.^[276] Somos propensos, eso sí, a ver a las estrellas de películas más talentosas que a las estrellas aspirantes, y a pensar que las personas más ricas del mundo deben de ser también las más listas. En la siguiente sección examinaré la tendencia a evitar reconocer el papel de la aleatoriedad en los asuntos humanos.

No debemos pensar que juzgamos a las personas según sus ingresos o señales externas de éxito, pero incluso cuando sabemos a ciencia cierta que el sueldo de una persona es completamente aleatorio, la mayoría de gente no puede evitar hacer juicios intuitivos de que el salario está relacionado con la valía. Melvin Lerner examinó esta cuestión disponiendo que unos sujetos se sentaran en un pequeño auditorio oscurecido mirando a un espejo.^[277] Desde sus asientos estos observadores podían mirar fijamente a una pequeña habitación bien iluminada que contenía una mesa con dos sillas. A los observadores se les hizo creer que dos trabajadores —Tom y Bill— entrarían pronto en la habitación y trabajarían juntos durante 15 minutos descifrando anagramas. Entonces las cortinas de la ventana por la que se miraba fueron cerradas, y Lerner explicó a los observadores que mantendría las cortinas cerradas porque el experimento iría mejor si podían oír pero no ver a los trabajadores, para que no estuvieran influenciados por su apariencia. También les

dijo que, debido a que sus fondos eran limitados, sólo podría pagar a uno de los trabajadores y que ese trabajador sería escogido al azar. Cuando Lerner abandonó la habitación, un ayudante dio a un interruptor que empezó a hacer funcionar una cinta de casete. Los observadores creían que estaban escuchando que Tom y Bill entraban en la habitación de detrás de la cortina y empezaban su trabajo. Realmente estaban oyendo una grabación de Tom y Bill leyendo un guión realizado de tal modo que mediante varias medidas objetivas cada uno de ellos era igual de experto y exitoso en su tarea. Más tarde, a los observadores, que seguían si saber esto, se les pidió que valoraran a Tom y Bill en su esfuerzo, creatividad y éxito. Cuando Tom fue seleccionado para ser pagado, alrededor de 90% de los sujetos lo valoraron más alto. A pesar de la ejecución equivalente de Tom y Bill, y su conocimiento de que la paga era asignada aleatoriamente, los observadores percibieron al trabajador que iba a ser pagado como mejor que aquel que había trabajado en vano. Desafortunadamente, como todos aquéllos que se «visten para el éxito» saben, a todos nos engaña fácilmente el dinero que gana alguien.

Una serie de estudios relacionados investigaron el mismo efecto desde el punto de vista de los propios trabajadores.^[278] Todo el mundo sabe que los jefes con las credenciales sociales y académicas adecuadas en ocasiones dan un valor más alto a sus propias ideas que a las de sus subordinados. ¿Se comportará del mismo modo la gente que gana más dinero por puro azar? ¿Infunde una sensación de superioridad incluso el «éxito» no ganado? Para analizar a estas personas, se las emparejó y se pidió que colaboraran en varias tareas inútiles. En una tarea, por ejemplo, se proyectó brevemente una imagen en blanco y negro y los sujetos debían decidir si la parte superior o inferior de la imagen tenía más proporción de blanco. Antes de que empezara cada tarea uno de los voluntarios era escogido al azar para ser pagado considerablemente más por participar que los otros. Cuando la información del salario no estuvo disponible, los voluntarios cooperaron muy armoniosamente. Pero cuando los voluntarios supieron cuánto estaba cobrando cada uno, los mejor pagados exhibieron más resistencia a entrar con su pareja que los peor pagados. Incluso diferencias aleatorias en el pago llevaron a la deducción retrógrada de diferencias en la habilidad, y por lo tanto al desarrollo de influencias desiguales. Esto es un elemento de dinámica personal y de oficina que no puede ser ignorado.

Pero ésta es la otra cara de la cuestión que más próxima estaba a la motivación original del trabajo de Lerner. Junto con un colega preguntó: ¿están las personas inclinadas a sentir que aquellos que no tienen éxito, o que sufren, deben merecerse su destino?^[279] En ese estudio se reunió a pequeños grupos de estudiantes universitarias en una sala de espera. Después de unos minutos, una de ellas fue

seleccionada y llevada fuera. Esta estudiante, a la que llamaré la «víctima», no era realmente una persona a prueba, sino que había sido infiltrada en la habitación por los experimentadores. A los sujetos restantes se les dijo que observarían a la víctima trabajando en una tarea de aprendizaje, y que cada vez que hiciera una respuesta incorrecta recibiría una descarga eléctrica. El experimentador ajustó algunos tiradores que, se dijo eran para controlar los niveles de descarga, y entonces se encendió un monitor de vídeo. Los sujetos miraban mientras la víctima entraba a una habitación adyacente, era atada con correas a un «aparato de descargas», e intentaba aprender parejas de sílabas sin sentido.

Durante la tarea, la víctima recibió varias descargas eléctricas aparentemente dolorosas por sus respuestas incorrectas. Reaccionó a ellas con exclamaciones de dolor y sufrimiento. En realidad la víctima estaba actuando, y lo que aparecía en el monitor era una cinta grabada. Al principio, como se esperaba, la mayoría de los observadores informaron de que estaban extremadamente disgustadas por observar un sufrimiento injusto. Pero a medida que continuaba el experimento, su simpatía por la víctima empezó a mermar. Finalmente, las observadoras, sin poder para ayudar, empezaron en cambio, a denigrar a la víctima. Cuanto más sufría la víctima, menor opinión tenían de ella. Como había predicho Lerner, las observadoras tenían una necesidad de entender la situación en términos de causa y efecto. Para asegurarse de que no estaba funcionando alguna otra dinámica, se repitió el experimento con otros grupos de sujetos a los que se les dijo que la víctima sería bien recompensada por su dolor. En otras palabras, estos sujetos creían que la víctima estaba siendo tratada justamente, pero por lo demás se encontraban expuestos al mismo escenario. Las observadoras no desarrollaron una tendencia a pensar pobremente sobre la víctima. Desafortunadamente, parece que tenemos una predisposición inconsciente hacia aquéllos que están en la cima de la sociedad.

Las personas omitimos los efectos de la aleatoriedad en la vida porque, cuando valoramos el mundo, tendemos a ver lo que esperamos ver. En efecto, definimos el grado de talento en función del grado de éxito, y entonces reforzamos nuestras sensaciones de causalidad fijándonos en la correlación. Ésa es la razón por la que aunque a veces existe muy poca diferencia en la capacidad entre una persona extremadamente exitosa y una que no es tan exitosa, siempre existe una gran diferencia en cómo son vistos. Antes de *Luz de luna*, si el joven camarero Bruce Willis te hubiera dicho que esperaba ser una estrella cinematográfica, no hubieras pensado: «¡Caramba! No veas lo afortunado que soy de tener esta oportunidad de charlar cara a cara con una carismática futura celebridad», sino más bien algo más parecido a: «Sí, pero por ahora sólo procura no pasarte con el vermú». El día después de que el programa se convirtiera en un éxito, sin embargo, de repente todo el mundo veía a

Bruce Willis como a una estrella, un tipo que tenía ese «algo especial» que captura los corazones y la imaginación de los espectadores.

El poder de las expectativas fue ilustrado dramáticamente en un audaz experimento que dirigió hace unos años el psicólogo David L. Rosenhan.^[280] En ese estudio ocho «pseudopacientes» concertaron una cita en uno de varios hospitales diferentes y después aparecieron en la oficina de admisiones quejándose de que estaban oyendo voces extrañas. Los pseudopacientes eran un grupo variado, que incluía tres psicólogos, un psiquiatra, un pediatra, un estudiante, un pintor y un ama de casa. Aparte de alegar ese único síntoma y de presentarse con falsos nombres y profesiones, todos describieron sus vidas con completa honestidad. Seguros de que nuestro sistema de salud mental funcionaba como un mecanismo de relojería, algunos de los sujetos más adelante informaron de que habían temido que su obvia cordura sería desenterrada inmediatamente, provocando una gran vergüenza por su parte. No tenían que preocuparse. Excepto uno, todos los pacientes fueron admitidos en su hospital con un diagnóstico de esquizofrenia. El paciente restante fue admitido con un diagnóstico de psicosis maníaco-depresiva.

Después de la admisión, todos dejaron de simular cualquier síntoma de anormalidad y las voces denunciadas se disiparon. Entonces, previamente instruidos por Rosenhan, esperaron a que el personal se percibiera de que no estaban, de hecho, locos.

Nadie del personal se dio cuenta. En cambio, interpretaron el comportamiento de los pseudopacientes a través de las lentes de la locura. Cuando se observaba que un paciente escribía en su diario, la enfermera apuntaba en una nota: «El paciente está ocupado en un comportamiento de escritura», identificando la escritura como un signo de enfermedad mental. Cuando, mientras estaba siendo maltratado por un celador, otro paciente tuvo un arrebato, también se asumió que era parte de la patología del paciente. Incluso el acto de llegar a la cafetería antes de que la abrieran para la comida se vio como un signo de locura. Mientras que otros pacientes, no impresionados por los diagnósticos médicos formales, desafiaban regularmente a los pseudopacientes con comentarios como: «Tú no estás loco. Tú eres un periodista [...] estás haciendo averiguaciones sobre el hospital», los médicos de los pseudopacientes escribían notas como: «Este varón de 39 años manifiesta un largo historial de considerable ambivalencia en relaciones profundas, que empieza en la más tierna infancia. La relación cálida con su madre se enfrió durante su adolescencia. La relación a distancia con su padre se ha descrito como muy intensa...».

Las buenas noticias son que a pesar de sus hábitos de escribir y aparecer pronto a la hora de la comida, los pseudopacientes fueron juzgados finalmente como no peligrosos para sí mismos o para otros, y los liberaron después de una estancia de 19 días. Los hospitales nunca detectaron la estratagema y, cuando fueron informados de lo que había pasado, negaron que tal escenario fuera posible.

Es fácil caer víctima de las expectativas, como también es fácil aprovecharse de ellas. Ésa es la razón por la que la gente luchadora de Hollywood trabaja duro para parecer que no está luchando, por la que los médicos llevan batas blancas y cuelgan todo tipo de certificados y títulos en las paredes de sus oficinas, y por la que los vendedores de coches usados preferirían reparar imperfecciones en el exterior de un coche que invertir dinero en el funcionamiento del motor.^[281] Los vendedores también saben esto y diseñan campañas publicitarias para crear y después explotar nuestras expectativas. Un escenario en el que se hizo de manera muy eficaz es en el mercado del vodka. El vodka es un licor neutral, destilado, según la definición del gobierno estadounidense, «para no tener un carácter, aroma, gusto o color distintivos». La mayoría de vodkas estadounidenses se originan, por lo tanto, no por hombres apasionados y con camisa de franela como los que crean los vinos, sino por gigantes corporativos como el suministrador agroquímico Archer Daniels Midland. Y el trabajo del destilador de vodka no es abrigar un proceso de envejecimiento que imparta finos matices, sino tomar la bazofia industrial de 190 de graduación alcohólica que Archer Daniels Midland proporciona, añadirle agua, y quitarle el máximo sabor posible. A través de campañas masivas de creación de imagen, sin embargo, los productores de vodka han conseguido crear unas expectativas muy fuertes de diferencia. Como consecuencia, la gente cree que este licor, que desde su misma definición no tiene un carácter distintivo, realmente varía enormemente de marca a marca. Además, están deseando pagar grandes cantidades basándose en esas diferencias. Para que no sea rechazado como un bárbaro sin gusto, señalo que hay una manera de probar mis desvarios. Puedes poner en fila una serie de vodkas y una serie de vodkas sofisticados, y realizar una cata a ciegas. Da la casualidad de que el *New York Times* hizo exactamente eso.^[282] Y sin sus etiquetas, a los lujosos vodkas como Grey Goose y Ketel One no les fue muy bien. Comparados con la sabiduría convencional, de hecho, los resultados surgieron de forma aleatoria. Además, de los 21 vodkas catados, fue la marca barata de bar, Smimoff, la que apareció en la parte más alta de la lista. Nuestra valoración del mundo sería bastante diferente si todos nuestros juicios se pudieran aislar de las expectativas, y basarse solamente en datos relevantes.

Hace unos pocos años *The Sunday Times*, de Londres, dirigió un experimento. Presentaron manuscritos escritos a máquina de los primeros capítulos de dos

novelas que habían ganado el Premio Booker —uno de los galardones más prestigiosos e influyentes del mundo para ficción contemporánea— a los veinte mayores editores y agentes.^[283] Una de las novelas era *En un estado libre* de V. S. Naipaul, que ganó el Premio Nobel de Literatura, el otro era *Vacaciones* de Stanley Middleton. Uno puede asumir con confianza que cada uno de los receptores de los manuscritos que habían amontonado elogios en novelas ya altamente alabadas habían reconocido lo que estaban leyendo. Pero estas entregas fueron hechas como si los manuscritos procedieran de aspirantes a autores, y ninguno de los editores y agentes pareció que las reconocía. ¿Cómo les fue a los trabajos tan exitosos? Desnudando a los manuscritos de su fama, de las veintiuna respuestas todas menos una fueron rechazos. La excepción fue la expresión de interés de un agente literario de Londres por la novela de Middleton. El mismo agente escribió del libro de Naipaul: «Nosotros [...] pensábamos que era bastante original. Pero, aunque lo siento, no estábamos lo suficientemente entusiasmados para ser capaces de ofrecer llevar las cosas más lejos».

El autor Stephen King dirigió inconscientemente un experimento similar cuando, preocupado de que el público no asimilase sus libros con la misma rapidez con la que él los podía producir en masa, escribió una serie de novelas con el pseudónimo Richard Bachman. Las cifras de ventas indicaron que Stephen King, sin el nombre, no es Stephen King. (Mejoraron considerablemente cuando finalmente la verdadera identidad del autor se hizo pública.) Tristemente, un experimento que no realizó Stephen King fue el contrario, envolver en cubiertas maravillosos manuscritos no publicados de escritores luchadores firmando él como autor. Pero si Stephen King, sin el nombre, no es Stephen King, entonces el resto de nosotros, cuando nuestro trabajo recibe una recepción menos digna que la de un rey, podemos consolarnos sabiendo que las diferencias en calidad no deben de ser tan grandes como algunas personas nos habían hecho creer.

Hace unos años, en Caltech, tenía el despacho a la vuelta de la esquina del de un físico llamado John Schwarz. Estaba obteniendo un pequeño reconocimiento, pero había sufrido una década de ridículo mientras casi sin ayuda mantenía viva una desacreditada teoría. La teoría, llamada «teoría de cuerdas», predecía que el espacio tenía muchas más dimensiones que las tres que observamos. Entonces, un día él y un colaborador hicieron un adelanto técnico muy importante y, por razones que aquí no nos conciernen, de repente las dimensiones extra sonaron más aceptables. La teoría de cuerdas ha sido lo más novedoso en física desde entonces. Hoy en día John se considera uno de los estadistas de la física más brillantes, un testimonio de la observación de Thomas Edison de que «muchos de los fracasos de la vida son de gente que no se daba cuenta de cuán cerca estaba del éxito cuando se

rindió».^[284]

Otro físico que conocí tenía una historia que era sorprendentemente similar a la de John. Casualmente, era el asesor de tesis de John en Berkeley. Considerado uno de los científicos más brillantes de su generación, este físico era un líder en un área de investigación llamada «teoría de la matriz S». Como John, había sido tozudamente persistente y continuó trabajando en esto durante años después de que otros lo hubieran dejado correr. Pero, al contrario de John, él no tuvo éxito. Debido a su falta de éxito, cuando finalizó su carrera mucha gente pensaba de él que era un chiflado. Pero en mi opinión él y John eran físicos brillantes con el coraje de trabajar, sin ninguna promesa de un avance inminente, en una teoría que había pasado de moda. Y, así como los autores deberían ser juzgados por sus escritos y no por sus ventas, los físicos —y todos los que se esfuerzan por conseguir algo— deberían ser juzgados más por sus aptitudes que por su grado de éxito.

La cuerda que ata la aptitud con el éxito es tan floja como elástica. Es fácil ver buenas cualidades en libros de éxito, o ver manuscritos no publicados, vodkas baratos o personas esforzándose en cualquier campo con ciertas carecías. Es fácil creer que las ideas que funcionaron eran buenas ideas, que los planes que tuvieron éxito estaban bien diseñados, y que las ideas y los planes que no lo hicieron estaban mal concebidos. Y es fácil distinguir héroes entre los más exitosos, y mirar con desdén a los de menos éxito. Pero la aptitud no garantiza el logro, y tampoco el logro es proporcional a la aptitud. Por tanto es importante siempre tener en mente el otro término de la ecuación: el papel de la suerte.

No es una tragedia pensar en las personas de más éxito en cualquier campo como superhéroes. Pero se convierte en una tragedia cuando la creencia en el juicio de los expertos o del mercado y no en nosotros mismos nos hace rendimos, como le ocurrió a John Kennedy Toole, quien se suicidó después de que los editores rechazaran repetidamente su futuro *best seller* postumo *La conjura de los necios*. Y por lo tanto, cuando tengo la tentación de juzgar a alguien por su grado de éxito, me gusta recomendarme a mí mismo que, si empezaran de nuevo, Stephen King podría ser un Richard Bachman, y V. S. Naipaul sólo otro esforzado autor, y que en algún lugar ahí fuera rondan los iguales de Bill Gates o Bruce Willis o Roger Maris pero que no son ricos y famosos, iguales a quienes la diosa de la fortuna no les concedió el revolucionario producto o película o año correcto. He aprendido, por encima de todo, a continuar marchando hacia delante porque las mejores noticias son que, debido a que la suerte desempeña un papel, un factor importante del éxito está bajo nuestro control: el número de bateos, el número de ocasiones aprehendidas, el número de oportunidades medidas. Porque incluso una moneda compensada para

el fracaso a veces reposa en el éxito. O, como dijo el pionero de IBM Thomas Watson, «si quieres tener éxito, dobla tu índice de fracasos».

He escogido presentar en este libro los conceptos básicos de la aleatoriedad para ilustrar cómo se aplica a los asuntos humanos, y presentar mi visión de que sus efectos son en gran medida pasados por alto en nuestras interpretaciones de los sucesos, y en nuestras expectativas y decisiones. Puede parecer una epifanía simplemente reconocer ese papel omnipresente de los procesos aleatorios en nuestras vidas. Sin embargo, el verdadero poder de la teoría de los procesos aleatorios descansa en el hecho de que una vez entendemos la naturaleza de los procesos aleatorios podemos alterar el modo en que percibimos lo que sucede a nuestro alrededor.

El psicólogo Rosenhan escribió que «una vez una persona es anormal, todos sus otros comportamientos y características están influidos por esa etiqueta».^[285] Lo mismo se aplica al estrellato y a muchas otras etiquetas de éxitos o fracasos. Juzgamos a las personas y a las iniciativas exclusivamente por sus resultados, y esperamos que los sucesos ocurran por motivos buenos y entendibles. Pero nuestras claras visiones de la inevitabilidad son a menudo sólo ilusiones. Escribí este libro en la creencia de que podemos reorganizar nuestros pensamientos frente a la incertidumbre. Podemos mejorar nuestra habilidad en la toma de decisiones y dominar algunos de los prejuicios que nos llevan a juicios y elecciones pobres. Podemos intentar entender las cualidades de las personas o las cualidades de una situación totalmente al margen de los resultados que alcanzan. Y podemos aprender a juzgar decisiones por el espectro de los resultados potenciales que pueden haber producido más que por el resultado particular que realmente dieron.

Mi madre siempre me advertía que no pensara que yo podría predecir o controlar el futuro. Una vez me contó el incidente que la convirtió a esa creencia. Concernía a su hermana, Sabina, de quien todavía habla a menudo a pesar de que han pasado más de 65 años desde la última vez que la vio. Sabina tenía 17 años. Mi madre, que la idolatraba como hacen a veces los hermanos, tenía 15. Los nazis habían invadido Polonia, y mientras mi padre, de la zona pobre de la ciudad, se unía a los clandestinos y, como ya dije anteriormente, finalmente acababa en Buchenwald, mi madre, que por entonces no lo conocía, procedía de la parte rica de la ciudad y terminó en un campo de trabajos forzados. Allí se le dio el trabajo de ayudante de enfermería, y tuvo cuidado de los pacientes que padecían tifus. La comida era escasa y la muerte caprichosa siempre estaba cerca. Para ayudar a proteger a mi madre de tales peligros, Sabina contaba con un plan. Tenía un amigo que era miembro de la policía judía, un grupo generalmente despreciado por los presos que llevaban a cabo

los comandos alemanes y ayudaban a mantener el orden en el campo. Su amigo le había ofrecido matrimonio —un matrimonio sólo nominal— para que ella obtuviera la protección consustancial a su posición. Sabina, siempre protectora con mi madre, consintió. Durante un tiempo funcionó. Entonces algo sucedió y los nazis actuaron contra la policía judía. Enviaron a un número de ellos y a sus esposas a las cámaras de gas, incluida Sabina. Mi madre ha vivido ahora muchos más años sin Sabina que los que había vivido con ella. Pero la muerte de Sabina todavía obsesiona a mi madre. Está preocupada de que cuando ella se vaya ya no quede más rastro de la existencia de Sabina. Para ella su historia demuestra que es inútil hacer planes. No estoy de acuerdo con eso. Creo que es importante planear si lo hacemos con los ojos abiertos. Pero, aún más importante, la experiencia de mi madre me enseñó a saber identificar y apreciar la buena suerte que tenemos, y a reconocer los sucesos aleatorios que contribuyen a nuestro éxito. Me enseñó, también, a aceptar los sucesos aleatorios que pueden causarnos dolor. Pero por encima de todo me enseñó a apreciar la falta de mala suerte, de aquellos sucesos que podrían habernos derribado, la ausencia de la enfermedad, la guerra, la escasez o los accidentes, que no han arribado, al menos todavía.

Agradecimientos

Supongo que, si has leído hasta aquí, te ha gustado el libro. Debido a sus buenas cualidades, me gustaría reivindicar todo el reconocimiento, pero como dijo Nixon una vez, eso no sería correcto. De modo que quiero señalar a las personas que, con su tiempo, conocimiento, talento y/o paciencia, me ayudaron a crear un libro que es mejor que cualquiera que pudiera haber podido crear yo solo. En primer lugar, Donna Scout, Mark Hillery y Matt Costello me proporcionaron un estímulo constante. Mark, en particular, quiso que escribiera un libro sobre la entropía, pero después escuchó (y leyó) pacientemente mientras yo en cambio aplicaba muchas de las mismas ideas al mundo cotidiano. Mi agente, Susan Ginsburg, nunca quiso que escribiera un libro sobre entropía, pero, como Mark, fue una fuente de aportaciones constructivas y estímulo inquebrantable. Mi amiga Judith Croasdell siempre fue comprensiva, y cuando fue reclamada, también hizo uno o dos milagros. Y mi editor, Edward Kastenmeier, nunca se cansó de las largas discusiones a las que lo arrastré sobre el estilo y el contenido de prácticamente cada frase, o más probablemente, fue demasiado educado para quejarse de ello. También tengo una deuda con los colegas de Edward, Marty Asher, Dan Frank y Tim O'Connell, quienes, junto con Edward, abrigaron este trabajo y ayudaron a dar forma al texto, y con Janice Goldklang, Michiko Clark, Chris Gillespie, Keith Goldsmith, James Kimball y Vanessa Schneider, cuyos incansables esfuerzos ayudaron a que este libro llegara hasta ti.

Por la parte técnica, Larry Goldstein y Ted Hill me inspiraron en numerosas discusiones y debates matemáticos divertidos y apasionantes, y me proporcionaron una inestimable realimentación del manuscrito. Fred Rose pareció que había dejado su trabajo en el Wall Street Journal solamente para liberar tiempo para darme consejos sobre el funcionamiento de los mercados financieros. Lyle Long aplicó su considerable experiencia sobre el análisis de datos para ayudar a crear los gráficos sobre el rendimiento de gestores de fondos. Y Cristof Koch me acogió en su laboratorio de Caltech y me abrió los ojos a los apasionantes nuevos desarrollos en neurociencia que salpican estas páginas. Muchos otros colegas y amigos leyeron capítulos, algunas veces más de un borrador, o aparte de eso proporcionaron sugerencias o información útiles. Son Jed Buchwald, Lynne Cox, Richard Cheverton, Rebecca Foster, Miriam Goodman, Catherine Keefe, Jeff Mackoviak, Cindy Mayer, Patricia McFall, Andy Meisler, Steve Mlodinow, Phil Reed, Seth Roberts, Laura

Saari, Matt Salganik, Martin Smith, Steve Thomas, Diane Tumer y Jerry Webman.
Gracias a todos.

Finalmente, debo un profundo agradecimiento a mi familia, Donna, Alexei, Nicolai, Olivia, y a mi madre, Irene, de quienes a menudo robo tiempo con tal de poder mejorar este trabajo, o al menos dejar de obsesionarme con él.



LEONARD MLODINOW (1954, Chicago, Illinois) es doctor en física por la Universidad de California en Berkeley. Fue miembro del claustro de Caltech y becario Alexander von Humboldt antes de convertirse en escritor en Hollywood para *Star Trek: The Next Generation* y otras series de éxito en televisión. Su primer libro, *Euclid's Window*, una historia de la geometría elogiada por la crítica, ha sido traducida a ocho idiomas. Es autor de *El arcoiris de Feynman* (2004), *El andar del borracho* (2008) y *Brevísima historia del tiempo* (2005, junto con Stephen Hawking). Actualmente es profesor en el Instituto de Tecnología de California o Caltech.

Notas

^[1] S. Meisler, «First in 1763: Spain Lottery – Not Even War Stops It», *Los Angeles Times* (30 de diciembre de 1977).

^[2] Las pruebas de razonamiento SAT son un examen estandarizado para las admisiones en las universidades de Estados Unidos. (*N. de la t.*)

^[3] Sobre baloncesto: M. P. Alien y otros, «Managerial Succession and Organizational Performance: A Recalcitrant Problem Revisited», *Administrative Science Quarterly*, 24 (junio de 1979), pp. 167-180; sobre fútbol americano: C. M. Brown, «Administrative Succession and Organizational Performance: the Succession Effect», *Administrative Science Quarterly*, 27 (marzo de 1982), pp. 1-16; sobre béisbol: O. Grusky, «Managerial Succession and Organizational Effectiveness», *American Journal of Sociology*, 69 (julio de 1963), pp. 21-31, y W. A. Gamson y N. Scotch, «Scapegoating in Baseball», *American Journal of Sociology*, 70 (julio de 1964), pp. 69-72; sobre fútbol: R. H. Koning, «An Econometric Evaluation of the Effect of Firing a Coach on Team Performance», *Applied Economics*, 35 (marzo de 2003), pp. 555-564.

^[4] James Surowiecki, *Cien mejor que uno: la sabiduría de la multitud o por qué la mayoría siempre es más inteligente que la minoría*, Urano, Barcelona, 2005.

^[5] Armen Alchian, «Uncertainty, Evolution, and Economic Theory», *Journal of Political Economy*, 58 (junio de 1950), p. 213.

^[6] El test de Rorschach es una técnica y método proyectivo de psicodiagnóstico creado por Hermann Rorschach (1884-1922). (*N. de la t.*)

^[7] Kerstin Preuschoff y otros, «Neural Differentiation of Expected Reward and Risk in Human Subcortical Structures», *Neuron*, 51 (3 de agosto de 2006), pp. 381-390.

^[8] Benedetto De Martino y otros, «Frames, Biases, and Rational Decision-Making in the Human Brain», *Science*, 313 (4 de agosto de 2006), pp. 684-687.

^[9] George Wolford y otros, «The Left Hemisphere's Role in Hypothesis Formation», *Journal of Neuroscience*, 20:RC64 (2000): pp. 1-4.

^[10] Bertrand Russell, *Investigación sobre el significado y la verdad*, Losada, Buenos Aires, 2004.

^[11] Matt Johnson y Tom Hundt, «Hog Industry Targets State for Good Reason», *Vernon County (Wisconsin) Broadcaster* (17 de julio de 2007), p. 1.

^[12] Kevin McKean, «Decisions, Decisions», *Discover* (junio de 1985), pp. 22-31.

^[13] David Oshinsky, «No Thanks, Mr. Nabokov», *New York Times Book Review* (9 de septiembre de 2007).

^[14] Los informes de prensa del número de rechazos que recibieron estos libros varían ligeramente.

^[16] William Goldman, *Las aventuras de un guionista en Hollywood*, Plot, Madrid, 1992.

^[15] Pastelillo de chocolate muy popular en Estados Unidos. (*N. de la t.*)

^[17] Véase Arthur De Vany, *Hollywood Economics*, Routledge, Abington, 2004.

^[18] La United States Steel Corporation es una compañía fabricante de acero con las mayores operaciones de producción de Estados Unidos y la Europa Central. (*N. de la t.*)

^[19] William Feller, *Introducción a la teoría de probabilidades*, Limusa, México, 1992. Nótese que, por simplicidad, cuando los oponentes están empatados Feller define el liderazgo como perteneciente al jugador que lideraba en la prueba anterior.

^[20] Leonard Mlodinow, «Meet Hollywood's Latest Genius», *Los Angeles Times Magazine* (2 de julio de 2006).

^[21] Dave McNary, «Par Goes for Grey Matter», *Variety* (2 de enero de 2005).

^[22] Ronald Grover, «Paramount's Coid Snap: The Heat Is On», *BusinessWeek* (21 de noviembre de 2003).

^[23] Dave McNary, «Parting Gifts: Oíd Regime's Pies Fuel Paramount

Rebound», *Variety* (16 de agosto de 2005).

^[24] Anita M. Busch, «Cantón Inks Prod'n Pact at Warner's», *Variety* (7 de agosto de 1997).

^[25] «The Making of a Hero», *Time* (29 de septiembre de 1961). El veterano era Rogers Homsby.

^[26] «Mickey Mantle y Roger Maris: the Photographic Essay», *Life* (18 de agosto de 1961).

^[27] Para aquellos que no conozcan el béisbol, el «plato» es una losa de goma, embebida en el suelo, donde está un jugador antes de intentar golpear la bola. Para aquellos que conozcan el béisbol, por favor, daos cuenta de que incluyo bases en mi definición de oportunidades. Si se rehace el cálculo utilizando solamente bateos oficiales, el resultado es aproximadamente el mismo.

^[28] Juego de lotería estadounidense. (*N. de la t.*)

^[29] Véase Stephen Jay Gould, «The Streak of Streaks», *The New York Review of Books*, 35 (18 de agosto de 1988). (Volveremos de nuevo a su trabajo más detalladamente.) Aparece un análisis minucioso matemático y convincente de modelos de lanzamientos de monedas en deportes en el capítulo 2 de un libro en prensa de Charles M. Grinstead, William P. Peterson y J. Laurie Snell, titulado provisionalmente *Fat Chance*, disponible en la red en la página www.math.dartmouth.edu/~prob/prob/NEW/bestofchance.pdf.

^[30] Daniel Kahneman y otros, *Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases*, Cambridge University Press, Cambridge, 1982, pp. 90-98.

^[31] Daniel Kahneman y Amos Tversky, «Extensional versus Intuitive Reasoning: The Conjunction Fallacy in Probability Judgment», *Psychological Review*, 90 (octubre de 1983), pp. 293-315.

^[32] Craig R. Fox y Richard Birke, «Forecasting Trial Outcomes: Lawyers Assign Higher Probabilities to Possibilities That Are Described in Greater Detail», *Law and Human Behavior*, 26 (abril de 2002), pp. 159-173.

^[33] Platón, *Diálogos de Platón*, Gredos, Madrid, 2002.

^[34] Platón, *Teeteto*, Losada, Buenos Aires, 2007.

^[35] Daniel Kahneman y otros, «Availability: A Heuristic for Judging Frequency and Probability», *Cognitive Psychology*, 5 (1973), pp. 207-232.

^[36] Reid Hastie y Robyn M Dawes, *Rational Choice in an Uncertain World*, Sage Publications, Thousand Oaks, California, 2001, p. 87.

^[37] Robert Reyes y otros, «Judgmental Biases Resulting from Differing Availabilities of Arguments», *Journal of Personality and Social Psychology*, 39 (1980), pp. 2-12.

^[38] Robert Kaplan, *Una historia natural del cero: la nada que existe*, Océano de México, 2004.

^[39] Morris Kline, *Mathematical Thought From Ancient to Modern Times*, Oxford University Press, Londres, 1972, vol. 1, p. 179.

^[40] Kline, *Mathematics in Western Culture*, p. 86.

^[41] Kline, *Mathematical Thought From Ancient to Modern Times*, pp. 178-179.

^[42] Warren Weaver, *Lady Luck*, Dover Publications, Mineola, Nueva York, 1982, p. 53.

^[43] F. N. David, *Gods, Games and Gambling: a History of Probability and Statistical Ideas*, Dover Publications, Mineola, Nueva York, pp. 24-26.

^[44] Bart K. Holland, *What are the Chances?*, The Johns Hopkins University Press, Baltimore, 2002, p. 24.

^[45] Holland, *What are the Chances?*, p. 25.

^[46] James Franklin, *The Science of Conjecture: Evidence and Probability before Pascal*, Johns Hopkins University Press, Baltimore, 2001, pp. 4 y 8.

^[47] Juego de palabras intraducible entre *prickly*, «quisquilloso» y *pricked*, «pinchado». (*N. de la t.*)

^[48] Franklin, *The Science of Conjecture*, p. 13.

^[49] Franklin, *The Science of Conjecture*, p. 14.

^[50] William C. Thompson y otros, «How the Probability of a False Positive Affects the Value of DNA Evidence», *Journal of Forensic Science*, 48, (enero de 2003), pp. 1-8.

^[51] Thompson, p. 2; La historia se relata en Bill Braun, «Lawyers Seek to Overtum Rape Conviction», *Tulsa World*, 22 de noviembre de 1996 (Durham fue liberado en 1997).

^[52] *People v. Collins*, 68 California, 2d 319, 438 P.2d 33, 66 Cal. 497 (1968).

^[53] Thomas Lyon, comunicación privada.

^[54] Alan Wykes, *Doctor Cardano: Physician Extraordinary*, Frederick Muller, Londres, 1969; véase también Oystein Ore, *Cardano: the Gambling Scholar*, Princeton University Press, Princeton, 1953.

^[55] Marilyn vos Savant, «Ask Marilyn», *Parade* (9 de septiembre de 1990).

^[56] «Hagamos un trato». (*N. de la t.*)

^[57] Bruce D. Bums y Mareike Wieth, «Causality and Reasoning: The Monty Hall Dilemma» en R. Alterman & D. Kirsh (eds.), *Proceedings of the Twenty-fifth Annual Meeting of the Cognitive Science Society*, Lawrence Erlbaum, Hilgdalle, New Jersey, 2003, p. 198.

^[58] «Science and Engineering Indicators 2002», *National Science Foundation/Division of Science Resources Statistics*, disponible en: <http://www.nsf.gov/statistics/seind02/>. Véase capítulo 7, apéndices 7-10.

^[59] Gary P. Posner, «Nation's Mathematicians Guilty of Innumeracy», *Skeptical Inquirer*, 15 (verano de 1991).

^[60] Bruce Schechter, *My Brain is Open: The Mathematical Journeys of Paul Erdős*, Touchstone, Nueva York, 1998, pp. 107-109.

^[61] Schechter, *My Brain is Open*, pp. 189-190; 196-197.

^[62] Cadena estadounidense de grandes superficies con productos para el hogar y de productos y servicios a la construcción. (*N. de la t.*)

^[63] John Tiemey, «Behind Monty's Doors: Puzzle, Debate and Answer?», *New*

York Times (21 de julio de 1991).

[64] Robert S. Gottfried, *La muerte negra*, F.C.E., México, 1989.

[65] Alan Wykes, *Doctor Cardano: Physician Extraordinary*, Frederick Muller, Londres, 1969, p. 18.

[66] Kline, *Mathematical Thought*, pp. 184-185; 259-260.

[67] Columna periodística estadounidense que funciona como consultorio sentimental. (*N. de la t.*)

[68] «Oprah's New Shape: How She Got It», *O, The Oprah Magazine* (enero de 2003).

[69] Lorraine J. Daston, *Classical Probability in the Enlightenment*, Princeton University Press, Princeton, 1998, p. 97.

[70] Marilyn vos Savant, «Ask Marilyn», *Parade* (3 de marzo de 1996), p. 14.

[71] Hay cuatro neumáticos en el coche, de modo que, suponiendo que DD significa «derecha delante», etc., existen 16 combinaciones posibles de respuestas de los dos estudiantes. Si la primera respuesta de la lista representa al estudiante n.º 1, y la segunda, a la del estudiante n.º 2, esas posibles respuestas juntas son: (DD, DD), (DD, ID), (DD, DA), (DD, IA), (ID, DD), (ID, ID), (ID, DA), (ID, IA), (DA, DD), (DA, ID), (DA, DA), (DA, IA), (IA, DD), (IA, ID), (IA, DA), (IA, IA). De estas 16, cuatro coinciden: (DD, DD), (ID, ID), (DA, DA), (IA, IA). Por lo tanto las posibilidades son de 4 entre 16 o de 1 entre 4.

[72] Martin Gardner, «Mathematical Games», *Scientific American* (octubre de 1959), pp. 180-182.

[73] Gerolamo Cardano, *Mi vida*, Alianza, Madrid, 1991.

[74] Alan Wykes, *Doctor Cardano: Physician Extraordinary*, Frederick Muller, Londres, 1969, p. 57.

[75] Wykes, *Doctor Cardano*, 1969, p. 57.

[76] Wykes, *Doctor Cardano*, p. 172.

^[77] Bengt Ankarloo y otros, *Witchcraft and Magic in Europe: the Period of the Witch Trials*, University of Pennsylvania Press, Pennsylvania, 2002, pp. 99-104.

^[78] Meghan Collins, «Traders Ward Off Evil Spirits», www.CNNMoney.com (31 de octubre de 2003).

^[79] Henk Tijms, *Understanding Probability: Chance Rules in Everyday Life*, Cambridge University Press, Cambridge, 2004, p. 16.

^[80] Tijms, *Understanding Probability*, p. 80.

^[81] F. N. David, *Gods, Games and Gambling: a History of Probability and Statistical Ideas*, Dover Publications, Mineola, Nueva York, p. 65.

^[82] Jean Steinmann, *Pascal*, Harcourt, Brace & World, Nueva York, 1962, p. 72.

^[83] Morris Bishop, *Pascal: the Life of a Genius*, Greenwood Press, Nueva York, 1968, p. 47.

^[84] Bishop, *Pascal*, p. 137.

^[85] Bishop, *Pascal*, p. 135.

^[86] Véase A. W. F. Edwards, *Pascal's Arithmetical Triangle: The Story of a Mathematical Idea*, The Johns Hopkins University Press, Baltimore, 2002.

^[87] Herbert Westren Tumbull, *The Great Mathematicians*, New York University Press, Nueva York, 1961, p. 131.

^[88] Bishop, *Pascal*, p. 196.

^[89] F. N. David, *Gods, Games and Gambling: a History of Probability and Statistical Ideas*, Dover Publications, Nueva York, 1998, p. 252.

^[90] Bruce Martin, «Coincidences: Remarkable or Random?», *Skeptical Inquirer*, 22 (septiembre-octubre, 1998).

^[91] Bart K. Holland, *What are the Chances?*, The Johns Hopkins University Press, Baltimore, 2002, pp. 86-89.

^[92] Henk Tijms, *Understanding Probability*, Cambridge University Press,

Cambridge, 2004, p. 53.

^[93] Scott Kinney, «Judge Sentences Kevin L. Lawrence to 20 Years Prison in Znetix/HMC Stock Scam», *Washington State Department of Financial Institutions Press Release* (25 de noviembre de 2003).

^[94] Entrevista con Darrell Dorrell, 1 de agosto de 2005.

^[95] IRS: Departamento de Tesorería de Estados Unidos. (*N. de la. t.*)

^[96] Lee Berton, «He's Got Their Number: Scholar Uses Math to Foil Financial Fraud», *Wall Street Journal* (10 de julio de 1995).

^[97] Charles Sanders Peirce, *Writings of Charles Sanders Peirce*, Indiana University Press, Bloomington, 1982, p. 427.

^[98] Rand Corporation, *A Million Random Digits With 100,000 Normal Deviates*, RAND, Santa Mónica, 2001), pp. IX-X. Véase también Lola L. Lopes, «Doing the Impossible: A Note on Induction and the Experience of Randomness», *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, 8 (noviembre de 1982), pp. 626-636.

^[99] John Grochowski, «House has a Built-in Edge When Roulette Wheel Spins», *Chicago Sun-Times* (21 de febrero de 1997), p. 21.

^[100] Para más detalles sobre la familia de Bernoulli y la vida de Jacob véase E. S. Pearson, *The History of Statistics in the 17th and 18th Centuries against the Changing Background of Intellectual, Scientific and Religious Thought: Lectures by Karl Pearson Given at University College London during the Academic Sessions 1921-1933*, Macmillan, Nueva York, 1978, pp. 221-237; J. O., Fleckenstein, «Johann und Jakob Bernoulli», *Beihefte zur Zeitschrift Elemente der Mathematik*, 6 (noviembre de 1949); y S. Stigler, «The Bernoullis of Basel», *Journal of Econometrics*, 75 (1996), pp. 7-13.

^[101] Pearson, *The History of Statistics*, p. 224.

^[102] Stephen Stigler, *The History of Statistics: the Measurement of Uncertainty before 1900*, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1986, p. 65.

^[103] Pearson, *The History of Statistics*, p. 226.

^[104] William H. Cropper, *The Great Physicists: the Life and Times of Leading*

Physicists from Galileo to Hawking, Oxford University Press, Londres, 2001, p. 31.

[105] Pearson, *The History of Statistics*, p. 232.

[106] Esto depende naturalmente de qué identificas como «concepto moderno». Estoy utilizando la definición usada en la historia del tópico de 1871 de Hankel, descrita en gran detalle en Gert Schubring, *Conflicts between Generalization, Rigor and Intuition: Number Concepts Underlying the Development of Analysis in 17th-19th Century France and Germany*, Springer, Nueva York, 1995, pp. 22-32.

[107] David Freedman y otros, *Estadística*, Antoni Bosch, Barcelona, 1993².

[108] Ian Hacking, *The Emergence of Probability*, Cambridge University Press, Cambridge, 1975. F. N. David, *Gods, Games and Gambling: a History of Probability and Statistical Ideas*, Dover Publications, Mineola, Nueva York, 1998, p. 136.

[109] Para una discusión sobre lo que realmente demostró Bernoulli, véase Stigler, *The History of Statistics*, pp. 63-78; y Ian Hacking, *The Emergence of Probability*, Cambridge University Press, Cambridge, 1975, pp. 155-165.

[110] Amos Tversky y Daniel Kahneman, «Belief in the Law of Small Numbers», *Psychological Bulletin*, 76 (1971), pp. 105-110.

[111] Fortune 500: clasificación de las sociedades anónimas públicas estadounidense medidas por sus ingresos brutos. (*N. de la t.*)

[112] L. E. Maistrov, *Probability Theory: A Historical Sketch*, traducido por Samuel Kotz, Academic Press, Nueva York, 1974, p. 68.

[113] Stigler, *The History of Statistics*, p. 77.

[114] E. T. Bell, *Men of Mathematics*, Simon & Schuster, Nueva York, 1986.

[115] Hastie Reid Hastie y Robyn M. Dawes, *Rational Choice in an Uncertain World*, Sage Publications, Thousand Oaks, California, 2001, pp. 320-321.

[116] Me contó una variante de este problema Mark Hillery, del departamento de física del Hunter College, quien lo había oído en un viaje a Bratislava.

[117] Stigler, *The History of Statistics*, p. 123.

[118] Stigler, *The History of Statistics*, pp. 121-131.

[119] SSA: agencia independiente del gobierno de Estados Unidos que gestiona el programa de seguros sociales. (*N. de la t.*)

[120] Véase <http://www.ssa.gov/cgi-bin/populamames.cgi>.

[121] Centros de control de enfermedades, *Informe de vigilancia de HIV/SIDA* (enero de 1990). Calculé la estadística citada a partir de los datos dados, y tuve que utilizar algunas estimaciones. En particular los datos citados se referían a casos de SIDA, no a infectados del VIH, pero eso basta para el propósito de ilustrar el concepto.

[122] Para ser precisos, la probabilidad de que A ocurra si B ocurre es igual a la probabilidad de que B ocurra si A ocurre multiplicada por un factor de corrección que es igual a la proporción de la probabilidad de A entre la probabilidad de B.

[123] Gerd Gigerenzer, *Calculated Risks: How to Know when Numbers Deceive You*, Simon & Schuster, Nueva York, 2002, pp. 40-44.

[124] Donald A. Barry y Lee Ann Chastain, «Inferences About Testosterone Abuse Among Athletes», *Chance*, 17 (2004), pp. 5-8.

[125] John Batt, *Stolen Innocence*, Ebury Press, Londres, 2005.

[126] Stephen Watkins, «Conviction by Mathematical Error», *BMJ*, 320 (1 de enero de 2000), pp. 2-3.

[127] «Royal Statistical Society Concerned by Issues Raised in Sally Clark Case», comunicado de prensa de la *Royal Statistical Society*, 23 de octubre de 2001.

[128] Ray Hill, «Múltiple Sudden Infant Deaths - Coincidence or beyond Coincidence?», *Pediatric and Perinatal Epidemiology*, 18 (septiembre de 2004), pp. 320-326.

[129] Alan Dershowitz, *Reasonable Doubts: The Criminal Justice System and the O. J. Simpson Case*, Simon & Schuster, Nueva York, 1996, p. 101.

[130] Disponible en <http://www.fbi.gov/ucr/ucr.htm>.

[131] Alan Dershowitz, *The Best Defense*, Vintage Books, Nueva York, 1983, p.

XIX.

[132] Newman, *The World of Mathematics*, p. 1.323.

[133] La clasificación inglesa de calificaciones funciona así: A=90-100, B=80-90, C=70-80, D=60-70, F, menos de 60. (*N. de la t.*)

[134] English 101: curso escolar de redacción de inglés. (*N. de la t.*)

[135] Sarah Kershaw y Eli Sanders, «Recounts and Partisan Bickering Bring election Fatigue to Washington Voters», *New York Times* (26 de diciembre de 2004); Timothy Egan «Trial for Governor's Seat Set to Start in Washington», *New York Times* (23 de mayo de 2005).

[136] Jed Z. Buchwald, «Discrepant Measurements and Experimental Knowledge in the Early Modern Era», *Archive for History of Exact Science*, 60 (noviembre de 2006), pp. 565-649.

[137] Eugene Frankel, «J. B. Biot and the Mathematization of Experimental Physics in Napoleonic France», en Russell McCormach, ed., *Historical Studies in the Physical Sciences*, Princeton University Press, Princeton, 1977.

[138] Charles Coulston Gillispie, ed., *Dictionary of Scientific Biography*, Charles Scribner's Sons, Nueva York, 1981, p. 85.

[139] Para una discusión sobre los errores cometidos por los radares, véase Nicole Weisensee Egan, «Takin' Aim at Radar Guns», *Philadelphia Daily News* (9 de marzo de 2004).

[140] Charles T. Clotfelter y Jacob L. Vigdor, «Retaking the SAT», Terry Sanford Institute of Public Policy Working Paper Series, SAN01-20 (julio de 2001).

[141] Esta agencia de estadísticas laborales depende del Departamento de Trabajo de Estados Unidos. (*N. de la t.*)

[142] Eduardo Porter, «Jobs and Wages Increased Modestly Last Month», *New York Times* (2 de septiembre de 2006).

[143] «Mathemagicians», *On The Media*, radio WNYC, emisión de 25 de agosto de 2006.

[144] Legene Quesenberry y otros, «Assessment of the Writing Component within a University General Education Program» (1 de noviembre de 2000), disponible en <http://wac.colostate.edu/aw/articles/quesenberry2000/quesenberry2000.pdf>.

[145] Kevin Saunders, «Report on the Assessment of ISUComm-English 105 Course Essays», Informe al ISU Steering Committee (septiembre de 2004), www.iastate.edu/~isucomm/InYears/ISUcomm_essays.pdf, acceso en 2005.

[146] «Inter-rater Reliability of Holistic Measures Used in the Freshman Admissions Process of the University of Texas at Austin», *University of Texas, Office of Admissions* (22 de febrero de 2005) www.utexas.edu/student/admissions/research/Inter-raterReliability2005.pdf, acceso en 2005.

[147] Junta responsable de los exámenes de ingreso a la universidad para evaluar la aptitud de los estudiantes en varios ámbitos académicos. (*N. de la t.*)

[148] Emily J. Shaw y Glenn B. Milewski, «Consistency and Reliability in the Individualized Review of College Applicants», *Research Notes*, RN-20 (octubre de 2004), p. 3.

[149] Gary Rivlin, «In Vino Veritas», *New York Times* (13 de agosto de 2006).

[150] William James, *The Principles of Psychology*, H. Holt, Nueva York, 1890, p. 509.

[151] R. Frank y J. Byram, «Taste-smell Interactions Are Tastant and Odorant Dependent», *Chemical Senses*, 13 (1988), pp. 445-455.

[152] A. Rapp, «Natural Flavours of Wine: Correlation between Instrumental Analysis and Sensory Perception», *Fresenius' Journal of Analytic Chemistry*, 337 (enero de 1990), pp. 777-785.

[153] D. Laing y W. Francis, «The Capacity of Humans to Identify Odors in Mixtures», *Physiology and Behavior*, 46 (noviembre de 1989), pp. 809-814; D. Laing y otros, «The Limited Capacity of Humans to Identify the Components of Taste Mixtures and Taste-Odor Mixtures», *Perception*, 31 (2002), pp. 617-635.

[154] R. Pangbom y otros, «The Influence of Color on Discrimination of Sweetness in Dry Table Wine», *American Journal of Psychology*, 76 (1963), pp. 492-495.

[155] Hilke Plassman y otros, «Marketing Actions Can Modulate Neural Representations of Experienced Pleasantness», *Proceedings of the National Academy of Sciences* (14 de enero de 2008); <http://www.pnas.org>.

[156] M. E. Woolfolk y otros, «Pepsi versus Coke: Labels, not Tastes, Prevail», *Psychological Reports*, 52 (1983), pp. 185-186.

[157] M. Bend y S. Nordin, «Perceptual Learning in Olfaction: Professional Wine Tasters Versus Controls», *Physiology and Behavior*, 62 (1997), pp. 1.065-1.070.

[158] G. Solomon, «Psychology of Novice and Expert Wine Talk», *American Journal of Psychology*, 103 (1990), pp. 495-517.

[159] Gary Rivlin, «In Vino Veritas», *New York Times* (13 de agosto de 2006).

[160] Rivlin, «In Vino Veritas».

[161] Hal Stem, «On the Probability of Winning a Football Game», *American Statistician*, 45 (agosto de 1991), pp. 179-182.

[162] El gráfico procede de <http://www.indexfunds3.com/step3page2.php>, donde se atribuye a Walter Good y Roy Hermansen, *Index Your Way to Investment Success*, New York Institute of Finance, Nueva York, 1997. Los rendimientos de 300 administradores de fondos de inversión fueron tabulados durante 30 años (1987-1996) desde la base de datos de Morningstar Principia.

[163] «President Bush – Overall Job Rating», <http://pollingreport.com/BushJob.htm>.

[164] «Poli: Bush apparently gets modest bounce», <http://www.CNN.com> (8 de septiembre de 2004). Acceso en diciembre de 2006.

[165] «Obituary of Harold von Braunhut», *Telegraph* (23 de diciembre de 2003).

[166] James J. Fogarty, «Why Is Expert Opinión on Wine Valueless?», Department of Economics, University of Western Australia, (2001).

[167] Stigler, *The History of Statistics*, 143.

[168] Bart K. Holland, *What are the Chances?*, Johns Hopkins University Press, Baltimore, 2002, p. 51.

[169] Esto es sólo una aproximación, basada en estadísticas norteamericanas más recientes. Véase «Period Life Table», *Actuarial Publications*, United States Social Security Administration. La tabla más reciente está disponible en <http://www.ssa.gov/OACT/STATS/table4c6.html>.

[170] Citado en Theodore Porter, *The Rise of Statistical Thinking, 1820-1900*, Princeton University Press, Princeton, 1988, p. 51.

[171] Federal Highway Administration: división del departamento de transporte de Estados Unidos especializada en transportes por carretera. (*N. de la t.*)

[172] «Licensed Drivers, Vehicle Registrations and Resident Population», U.S. Department of Transportation, Federal Highway Administration. En <http://www.fhwa.dot.gov/policy/ohim/hs03/htm/dlchrt.htm>.

[173] National Highway Traffic Safety Administration: Administración Nacional para la Seguridad Vial. (*N. de la t.*)

[174] Véase «Motor Vehicle Safety Data», Department of Transportation, Bureau of Transportation Statistics. En http://www.bts.gov/publications/national_transportation_statistics/html/table_02_17.htm.

[175] National Science Foundation: agencia del gobierno de Estados Unidos que impulsa la investigación y educación. (*N. de la t.*)

[176] «The Domesday Book», *History Magazine* (octubre/noviembre de 2001).

[177] Para la historia de Grant véase Hacking, *El surgimiento de la probabilidad*, 1995; F. N. David, *Gods, Games and Gambling*, pp. 1.416-1.418.

[178] Hacking, *El surgimiento de la probabilidad*, 1995.

[179] Theodore Porter, *The Rise of Statistical Thinking*, p. 19.

[180] Para la tabla original de Graunt, véase Hacking, *El surgimiento de la probabilidad*, 1995. Para los datos actuales véase «Life Tables for WHO Member States», World Health Organization, en: http://www.who.int/whosis/database/life_tables/life_tables.cfm. Las cifras citadas fueron sacadas de tablas resumidas y redondeadas.

[181] Hacking, *The Taming of Chance*, p. VII.

[182] H. A. David, «First (?) Occurrence of Common Terms in Statistics and Probability», en H. A. David & A. W. F. Edwards, eds., *Annotated Readings in the History of Statistics*, Springer, Nueva York, 2001, Apéndice B y pp. 219-228.

[183] Noah Webster, *American Dictionary of the English Language*, Virginia: Foundation for American Christian Education, Chesapeake, 1967.

[184] El material sobre Quetelet se ha sacado principalmente de Stigler, *The History of Statistics*, pp. 161-220; Stigler, *Statistics on the Table*, pp. 51-66; y Porter, *The Rise of Statistical Thinking*, pp. 100-109.

[185] Louis Menand, *The Metaphysical Club*, Farrar, Straus & Giroux, Nueva York, 2001, p. 187.

[186] Holland, *What are the Chances?*, pp. 41-42.

[187] D. Yermack, «Good Timing: CEO Stock Option Awards and Company News Announcements», *Journal of Finance*, 52 (1997), pp. 449-476; Erik Lie, «On the Timing of CEO Stock Option Awards», *Management Science*, 51 (mayo de 2005), pp. 802-812; véase también, Charles Forelle y James Bandler, «The Perfect Payday – Some CEOs Reap Millions by Landing Stock Options When They Are Most Valuable; Luck – Or Something Else?», *Wall Street Journal* (18 de marzo de 2006).

[188] Justin Wolfers, «Point Shaving: Corruption in NCAA Basketball», *American Economic Review*, 96 (mayo de 2006), pp. 279-283.

[189] Hal Stem, «On the Probability of Winning a Football Game», *The American Statistician*, 45 (agosto de 1991).

[190] National Collegiate Athletic Association: asociación compuesta de unas mil doscientas instituciones, entidades y particulares que organizan la mayoría de los programas deportivos universitarios en Estados Unidos. (*N. de la t.*)

[191] David Leonhardt, «Sad Suspicions About Scores in Basketball», *New York Times* (8 de marzo de 2006).

[192] Richard C. Hollinger y Jason L. Davis, «National Retail Security Survey Final Report», Security Research Project, Department of Sociology and the Center for Studies in Criminal Law, Universidad de Florida, 2002-2006.

[193] Porter, *The Rise of Statistical Thinking*, p. 54.

[194] Menand, *The Metaphysical Club*, p. 187.

[195] «Why We Worry About the Things We Shouldn't... and Ignore the Things We Should», *Time* (4 de diciembre de 2006), pp. 65-71.

[196] Gigerenzer, *Empire of Chance*, p. 129.

[197] Menand, *The Metaphysical Club*, p. 193.

[198] De Vany, *Hollywood Economics*, véase la parte IV, «A Business of Extremes».

[199] Véase Derek William Forrest, *Francis Galton: The Life and Work of a Victorian Genius*, Taplinger, Nueva York, 1974; Jeffrey M. Stanton, «Galton, Pearson, and the Peas: A Brief History of Linear Regression for Statistics Instructors», *Journal of Statistics Education*, 9 (2001); Porter, *The Rise of Statistical Thinking*, pp. 129-146.

[200] Porter, *The Rise of Statistical Thinking*, p. 130.

[201] Peter Daskoch, «The Winning Edge», *Psychology Today* (noviembre-diciembre 2005), pp. 44-52.

[202] Deborah J. Bennett, *Aleatoriedad*, Alianza, Madrid, 2000.

[203] Abraham Pais, *Sutil es el señor: La ciencia y vida de Albert Einstein*, Ariel, Barcelona, 1984.

[204] Sobre Brown y la historia del movimiento browniano, véase D. J. Mabberly, *Jupiter Botanicus*, Braunschweig Verlag von J. Cramer, Londres, 1985; Brian J. Ford, «Brownian Movement in Clarkia Pollen: A Reprise of the First Observations», *The Microscope*, 40 (1992), pp. 235-241; Stephen Brush, «A History of Random Processes. I. Brownian Movement from Brown to Perrin», *Archive for History of Exact Sciences*, 5 (1968).

[205] Pais, *Sutil es el señor*, 1984.

[206] Ronald William Clark, *Einstein: The Life and Times*, Harper Collins, Nueva York, 1984, p. 77.

^[207] Véase Arthur Conan Doyle, *The History of Spiritualism*, G. H. Doran, Nueva York, 1926; R. L. Moore, *In Search of White Crows: Spiritualism, Parapsychology and American Culture*, Oxford University Press, Londres, 1977.

^[208] Juego de palabras entre *rap*, «golpear» y *rapper*, «rapero». (*N. de la t.*)

^[209] Ray Hyman, «Parapsychological Research: A Tutorial Review and Critical Appraisal», *Proceedings of the IEEE*, 74 (junio de 1986), pp. 823-849.

^[210] M. Faraday, «Experimental Investigation of Table-Moving», *Athanaeum* (2 de julio de 1853), pp. 801-803.

^[211] «Parapsychological Research», p. 826.

^[212] «Parapsychological Research», p. 826.

^[213] Véase Frank H., Durgin, «The Tinkerbelle Effect: Motion Perception and Illusion», *Journal of Consciousness Studies*, 9 (mayo-junio de 2002), pp. 88-101.

^[214] Christof Koch, *La consciencia: una aproximación neurobiológica*, Ariel, Barcelona, 2005.

^[215] El estudio era D. O. Clegg y otros, «Glucosamine, Chondroitin Sulfate, and the Two in Combination for Painful Knee Osteoarthritis», *New England Journal of Medicine*, 354 (febrero de 2006), pp. 795-808. La entrevista era «Slate's Medical Examiner: Doubts on Supplements», *Day to Day* (13 de marzo de 2006).

^[216] Véase P. Slovic y otros, «Decision Processes, Rationality, and Adjustment to Natural Hazards», en G. F. White (ed.), *Natural Hazards, Local, National, and Global*, Oxford University Press, Londres, 1974; véase también W. A., Wagenaar, «Generation of Random Sequences by Human Subjects: A Critical Survey of Literature», *Psychological Bulletin*, 77 (1972), pp. 65-72.

^[217] Véase Reid Hastie y Robyn M. Dawes, *Rational Choice in an Uncertain World*, Sage Publications, Thousand Oaks, California, 2001, pp. 19-23.

^[218] G. Spencer-Brown, *Probability and Scientific Inference*, Longmans, Green, Londres, 1957, pp. 55-56. Realmente, 10 es una burda subestimación.

^[219] Janet Maslin, «His Heart Belongs to (Adorable) iPod», *New York Times* (19 de octubre de 2006).

^[220] H. Reichenbach, *The Theory of Probability* (traducción al inglés de E. Hutton y M. Reichenbach), University of California Press, Berkeley, 1934.

^[221] El memorable texto que expone esta opinión es Burton G. Malkiel, *Un paseo aleatorio por Wall Street*, Alianza, Madrid, 1997.

^[222] John R. Nofsinger, *Investment Blunders of the Rich and Famous – and What You Can Learn From Them*, Financial Times Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 2002, p. 62.

^[223] Hemang Desai y Prem C. Jain, «An Analysis of the Recommendations of the “Superstar” Money Managers at *Barron’s* Annual Roundtable», *Journal of Finance*, 50 (septiembre de 1995), pp. 1.257-1.273.

^[224] Jess Beltz y Robert Jennings, «Wall Street Week with Louis Rukheyser's Recommendations: Trading Activity and Performance», *Review of Financial Economics*, 6, (1997), pp. 15-27; y Robert A. Parí, «Wall Street Week Recommendations. Yes or No?», *Journal of Portfolio Management*, 14 (1987), pp. 74-76.

^[225] Andrew Metrick, «Performance Evaluation with Transactions Data: the Stock Selection of Investment Newsletters», *Journal of Finance*, 54 (octubre de 1999), pp. 1.743-1.775, y «The Equity Performance of Investment Newsletters», *Discussion Paper Number 1805, Harvard Institute of Economic Research* (noviembre de 1997).

^[226] J. J. Choi y otros, «Why Does the Law of One Price Fail? An Experiment on Index Mutual Funds», *National Bureau of Economic Research Working Paper*, 12.261 (4 de mayo 2006).

^[227] Leonard Koppett, «Carrying Statistics to Extremes», *Sporting News* (11 de febrero de 1978).

^[228] Por algunas definiciones, se juzgaba que el sistema de Koppett fracasaría en 1970; por otras, habría pasado. Véase CHANCE News 13.04 (del 18 de abril de 2004 al 7 de junio de 2004) en http://www.dartmouth.edu/~chance/chance_news/recent_news/chance_news_13.04.html.

^[229] La American Football League (AFL) fue una antigua liga de fútbol americano profesional. Existió entre 1960 y 1969. En 1970 se fusionó con la National Football League. La conformaban diez equipos en el momento de producirse la fusión con la NFL. (*N. de la t.*)

[230] Como se pregona en la página de Legg Mason, <http://www.leggmasoncapmgmt.com/awards.htm>.

[231] Lisa Gibbs, «Miller: He Did It Again», en http://money.cnn.com/2004/01/07/funds/ultimateguide_billniiller_0204.

[232] T. R. Gilovich y otros, «The Hot Hand in Basketball: On the Misperception of Random Sequences», *Cognitive Psychology*, 17 (1985), pp. 295-314.

[233] La investigación de Purcell se discute en Stephen Jay Gould, «The Streak of Streaks», *The New York Review of Books*, 35 (18 de agosto de 1988), pp. 8-12.

[234] Mark Hulbert, «Not All Stocks Are Created Equal», www.MarketWatch.com (18 de enero de 2005).

[235] Kunal Kapoor, «A Look at Who's Chasing Bill Miller's Streak», *Morningstar* (30 de diciembre de 2004), <http://momingstar.com>.

[236] Michael Mauboussin y Kristen Bartholdson, «On Streaks: Perception, Probability, and Skill», *Consilient Observer*, 2 (22 de abril de 2003).

[237] Merton Miller, en el PBS Nova Special, «The Trillion Dollar Bet».

[238] R. D. Clarke, «An Application of the Poisson Distribution», *Journal of the Institute of Actuaries*, 72 (1946), p. 48.

[239] Atul Gawande, «The Cancer Cluster Myth», *The New Yorker* (28 de febrero de 1998), pp. 34-37.

[240] Gawande, «The Cancer Cluster Myth».

[241] B. Bettelheim, «Individual and Mass Behavior in Extreme Situations», *Journal of Abnormal and Social Psychology*, 38 (1943), pp. 417-452.

[242] Curt P. Richter, «On the Phenomenon of Sudden Death in Animals and Man», *Psychosomatic Medicine*, 19 (1957), pp. 191-198.

[243] E. Stotland, y A. Blumenthal, «The Reduction of Anxiety as a Result of the Expectation of Making a Choice», *Canadian Review of Psychology*, 18 (1964), pp. 139-145.

[244] Ellen Langer y Judith Rodin, «The Effects of Choice and Enhanced Personal Responsibility for the Aged: A Field Experiment in an Institutional Setting», *Journal of Personality and Social Psychology*, 34 (1976), pp. 191-198.

[245] Ellen Langer y Judith Rodin, «Long-Term Effects of a Control-Relevant Intervention With the Institutionalized Aged», *Journal of Personality and Social Psychology*, 35 (1977), pp. 897-902.

[246] L. B. Alloy y L. Y. Abramson, «Judgment of Contingency in Depressed and Nondepressed Students: Sadder but Wiser?», *Journal of Experimental Psychology: General*, 108 (1979), pp. 441-485.

[247] Frank H. Durgin, «The Tinkerbell Effect: motion perception and illusion», *Journal of Consciousness Studies*, 9 (2002), pp. 5-6.

[248] Ellen J. Langer, «The illusion of control», pp. 311-328.

[249] Ellen J. Langer y Jane Roth, «Heads I Win, Tails It's Chance: The Illusion of Control as a Function of Outcomes in a Purely Chance Task», *Journal of Personality and Social Psychology*, 32 (1975), pp. 951-955.

[250] Ellen J. Langer, «The Illusion of Control».

[251] Ellen J. Langer, «The Illusion of Control», p. 311.

[252] Ray Fisman y otros, «Governance and CEO Turnover: Do Something or Do the Right Thing?», *Harvard Business School Working Paper* 05-066 (abril de 2005).

[253] R. C. Wason, «Reasoning about a Rule», *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 20 (1968), pp. 273-281.

[254] Francis Bacon, *Novum Organum*, Folio, Barcelona, 2003.

[255] C. G. Lord y otros, «Biased Assimilation and Attitude Polarization: The Effects of Prior Theories on Subsequently Considered Evidence», *Journal of Personality and Social Psychology*, 37 (1979), pp. 2.098-2.109.

[256] Matthew Rabin, «Psychology and Economics», *UC Berkeley white paper* (28 de septiembre de 1996).

[257] E. C. Webster, *Decision Making in the Employment Interview*, Industrial

Relations Centre, McGill University, Montreal, 1964.

[258] Beth. E. Haverkamp, «Confirmatory Bias in Hypothesis Testing for Client-identified and Counselor Self-generated Hypotheses», *Journal of Counseling Psychology*, 40 (1993), pp. 303-315.

[259] D. L. Hamilton y T. L. Rose, «Illusory Correlation and the Maintenance of Stereotypic Beliefs», *Journal of Personality and Social Psychology*, 39 (1980), pp. 832-845; Galen. V. Bodenhausen y Robert S. Wyer, «Effects of Stereotypes on Decision Making and Information-Processing Strategies», *Journal of Personality and Social Psychology*, 48 (1985), pp. 267-282; C. Stangor y D. N. Ruble, «Strength of Expectancies and Memory for Social Information: What We Remember Depends on How Much We Know», *Journal of Experimental Social Psychology*, 25 (1989), pp. 18-35.

[260] Stigler, *Statistics on the Table*, p. 656.

[261] James Gleick, *Chaos: Making a New Science*, Penguin, Nueva York, 1987, véase el capítulo 1.

[262] Max Bom, «Natural Philosophy of Cause and Chance», Clarendon Press, Oxford, 1948, p. 47; Bom se refería a la naturaleza en general, y a la teoría cuántica en particular.

[263] El análisis de Pearl Harbor es de Roberta Wohlstetter, *Pearl Harbor: Warning and Decision*, Stanford University Press, Stanford, Palo Alto, 1962.

[264] R. H., Tawney, *The Agrarian Problem in the Sixteenth Century*, Frankline, Nueva York, 1961.

[265] Wohlstetter, *Pearl Harbor*, p. 387.

[266] La descripción de los sucesos en la Three Mile Island es de Charles Perrow, *Normal Accidents: Living with High-Risk Technologies*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1999; y «Fact Sheet on the Three Mile Island Accident», United States Nuclear Regulatory Commission Fact Sheet.

[267] Se hace referencia a la serie de películas mudas y cómicas entre 1912 y 1917 protagonizada por un grupo de policías totalmente incompetente. (*N. de la t.*)

[268] Perrow, *Normal Accidents*.

^[269] Arthur, W. Brian, «Positive Feedbacks in the Economy», *Scientific American*, 262 (febrero de 1990), pp. 92-99.

^[270] Matthew Salganik y otros, «Experimental Study of Inequality and Unpredictability in an Artificial Cultural Market», *Science*, 311 (10 de febrero de 2006); Duncan Watts, «Is Justin Timberlake a Product of Cumulative Advantage?», *New York Times Magazine* (15 de abril de 2007).

^[271] Leonard Mlodinow, «Meet Hollywood's Latest Genius», *Los Angeles Times Magazine* (2 de julio de 2006).

^[272] John Steele Gordon y Michael Maiello, «Pioneers Die Broke», *Forbes Magazine* (23 de diciembre de 2002); «The Man Who Could Have Been Bill Gates», *Business Week* (25 de octubre de 2004).

^[273] Floyd Norris, «Trump Deal Fails, and Shares Fall Again», *New York Times* (6 de julio de 2007).

^[274] M. J. Lerner y L. Montada, «An Overview: Advances in Belief in a Just World Theory and Methods», en L. Montada & M. J. Lerner (eds.), *Responses to Victimization and Belief in a Just World*, Plenum Press, Nueva York, 1998, pp. 1-7.

^[275] Melvin J. Lerner, «Evaluation of Performance as a Function of Performer's Reward and Attractiveness», *Journal of Personality and Social Psychology*, 1 (1965), pp. 355-360.

^[276] Melvin J. Lerner y C. H. Simmons, «Observer's Reactions to the "Innocent Victim": Compassion or rejection?», *Journal of Personality and Social Psychology*, 4 (1966), pp. 203-210.

^[277] Lerner y Simmons, «Observer's reactions to the "innocent victim"», pp. 203-210.

^[278] W. Harrod, «Expectations from Unequal Rewards», *Social Psychology Quarterly*, 43 (1980), pp. 126-130; Penni A Stewart y James C. Moore Jr., «Wage Disparities and Performance Expectations», *Social Psychology Quarterly*, 55 (1992), pp. 78-85; K. S. Cook, «Expectations, Evaluations and Equity», *American Sociological Review*, 40 (1975), pp. 372-388.

^[279] Lerner y Simmons, «Observer's reactions to the "innocent victim"», pp. 203-210.

^[280] D. L. Rosenhan, «On Being Sane in Insane Places», *Science*, 179 (19 de enero de 1973), pp. 237-255.

^[281] Elisha Y. Babad, «Some Correlates of Teachers' Expectancy Bias», *American Educational Research Journal*, 22 (1985), pp. 175-183.

^[282] Eric Asimov, «Spirits of the Times: A Humble Oíd Label Ices Its Rivals», *New York Times* (26 de enero de 2005).

^[283] Jonathan Calvert y Will Iredale, «Publishers Toss Booker Winners into the Reject Pile», *London Sunday Times* (1 de enero de 2006).

^[284] Peter Doskoch, «The Winning Edge», *Psychology Today* (noviembre-diciembre de 2005), p. 44.

^[285] D. L. Rosenhan, «On Being Sane in Insane Places», *Science*, 179 (19 de enero de 1973), p. 243.